有限被覆法に基づく自由表面を有する流体－構造連成解析

大日本コンサルタント	正会員	中村　正人
中央大学大学院	学生員	○関谷　香恵
計算力学研究センター	正会員	高瀬　慎介
中央大学	正会員	樫山　和男
東北大学	正会員	寺田　賢二郎
茨城大学	正会員	車谷　麻緒

1. はじめに

土木工学において，自由表面を有する流体と構造物が相互作用する問題は数多く存在する．これらの評価方法として，数値シミュレーションが近年有効に用いられているが，それらの手法は移動メッシュを用いる Lagrange 解法と固定メッシュを用いる Euler 解法に大別される．

本論文では，ロバスト性に優れる固定メッシュに基づく手法に着目し手法の開発を行うが，固定メッシュを用いる手法では，流体と構造の境界が移動する場合に境界の位置を正確に考慮することが困難である．この問題を解決するために，計算固体力学の分野で提案された有限被覆法 (以下 FCM) に着目した[1)]．著者らは，FCM による自由表面流れ解析を行い，本手法の有効性を示している[2)]．そこで本論文では，流体－構造連成解析に FCM を適用することの検討を行った．

2. 流体に関する定式化

Euler 記述された非圧縮性粘性流体の運動方程式及び，連続式は，それぞれ以下の式 (1)，(2) で表される．

$$\rho\left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}+\mathbf{u}\cdot\nabla\mathbf{u}-\mathbf{f}\right)-\nabla\cdot\boldsymbol{\sigma}\left(\mathbf{u},p\right)=0 \tag{1}$$

$$\nabla\cdot\mathbf{u}=0 \tag{2}$$

ここで，ρ は密度，$\mathbf{u}$ は流速ベクトル，$\mathbf{f}$ は物体力ベクトル，$\boldsymbol{\sigma}$ は応力テンソルであり，Newton 流体を仮定して

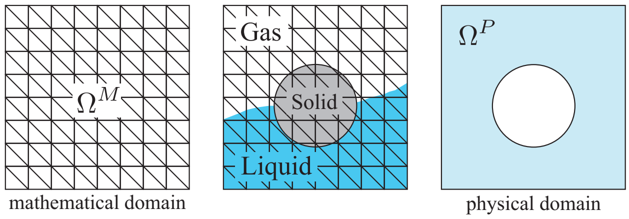
$$\boldsymbol{\sigma}=-p\mathbf{I}+\mu\left[\nabla\mathbf{u}+(\nabla\mathbf{u})^{\mathrm{T}}\right] \tag{3}$$

とする．ここで，$\mathbf{I}$ は 2 階の単位テンソル，p は圧力，μ は粘性係数である．また，Dirichlet 型，Neumann 型境界条件を，それぞれ

$$\mathbf{u}=\mathbf{g}\quad\text{on}\quad\Gamma_g \tag{4}$$

$$\mathbf{n}\cdot\boldsymbol{\sigma}=\mathbf{h}\quad\text{on}\quad\Gamma_h \tag{5}$$

のように与える．ここで，$\mathbf{g}$，$\mathbf{h}$ はそれぞれ流速，表面力（トラクション）の既知量を示し，$\mathbf{n}$ は外向き法線ベクトルを示す．支配方程式 (1)，(2) に対して，SUPG/PSPG 法に基づく FCM を適用する．FCM は**図－１**に示すように，近似関数が定義される数学領域 Ω^M と，支配方程式が満たされるべき物理領域 Ω^P を独立して定義できる点に特徴がある．従って，固定メッシュを用いて任意形状を扱うことが可能になる．なお，Dirichlet 境界条件処理には，ペナルティ法を適用する．また，要素としては三角形１次要素を用いる．時間方向の離散化には，Crank-Nicolson 法を用いる．連立一次方程式の解法には Element by Element に基づく GPBi-CG 法を用いる．



図－１　数学領域 Ω^M と物理領域 Ω^P

一方，自由表面位置は，移流方程式

$$\frac{\partial\phi}{\partial t}+\mathbf{u}\cdot\nabla\phi=0 \tag{6}$$

を解くことにで決定する．ここで，ϕ は VOF 関数（界面関数）を表し，気体であれば 0.0，液体であれば 1.0，自由表面上であれば 0.5 となる．そして，各要素における気体，液体の密度と粘性係数は，VOF 関数を用いて次式のように求められる．

$$\rho=\rho_{\mathrm{liq}}\phi+\rho_{\mathrm{gas}}(1-\phi) \tag{7}$$

$$\mu=\mu_{\mathrm{liq}}\phi+\mu_{\mathrm{gas}}(1-\phi) \tag{8}$$

ここで，ρ_{liq}，ρ_{gas}，μ_{liq}，μ_{gas} はそれぞれ液体，気体の密度及び粘性係数である．なお，移流方程式に対する計算スキームには，CIVA 法を用いる．また，流体と構造の境界位置は Level set 関数を用いて定義を行う．Level set 関数は，符号付き距離関数の性質を持ち，ある節点から境界までの最短距離に境界の内外で $+$，$-$ の符号を付けた値とする．

3. 構造物に関する定式化

本研究では，構造物を剛体と仮定し，次の運動方程式を解く．

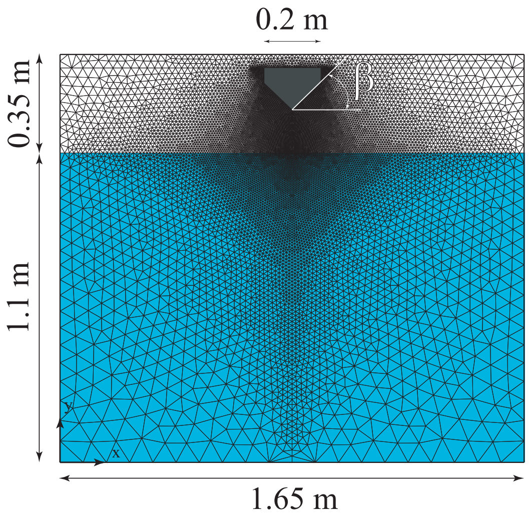
$$m\frac{d^2\mathbf{x}}{dt^2}=\mathbf{F}-m\mathbf{g} \tag{9}$$

ここで，m は物体の質量，$\mathbf{x}$ は物体の変位，t は時間，$\mathbf{F}$ は流体力，$\mathbf{g}$ は重力等の外力を表す．この常微分方程式の時間方向の離散化には，Newmark-β 法を用いる．

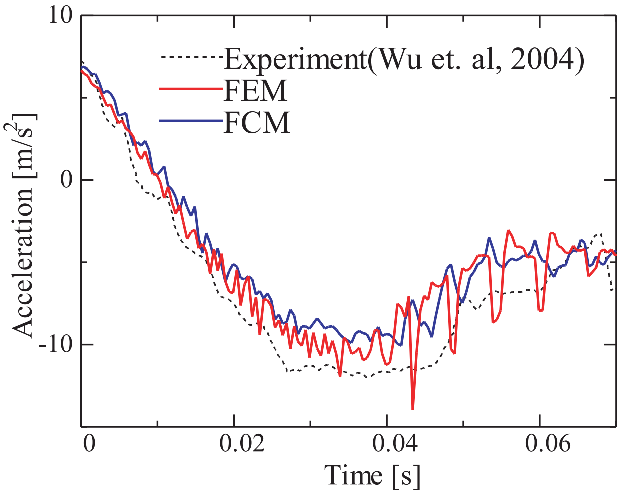
4. 楔型構造物の落下問題

本手法の妥当性及び有効性を検討するため，本手法を楔型構造物の水中への落下問題[3)] に適用し，CIVA/VOF 法に基づく FEM による流体－構造連成解析手法[4)] による計算結果と

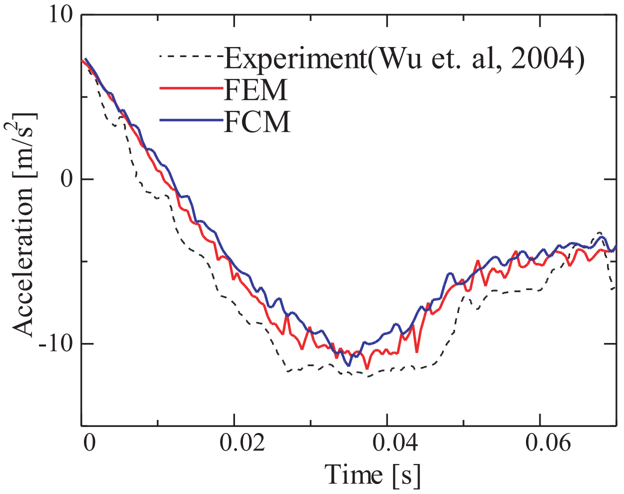
KeyWords：　有限被覆法，自由表面流れ，流体－構造連成
連絡先：　〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27　TEL 03-3817-1815　Email sekitani-y@civil.chuo-u.ac.jp



図－２ 解析モデル (Coarse Mesh)



図－３ 構造物加速度の時刻歴 (粗いメッシュ)



図－４ 構造物加速度の時刻歴 (細かいメッシュ)

比較した．**図－２**に解析モデルを示す．解析に用いるメッシュには，２種類のモデルを用意した（粗いメッシュ：節点数 13774, 要素数 27382, 細かいメッシュ：節点数 53620, 要素数 107034)．**図－２**に示したメッシュは粗い方のものである．境界条件は，落下する構造物境界上で No-Slip 条件，水槽の境界で Slip 条件とする．また，図中の青色の領域は液体部分を表し，密度と粘性係数は 10^3 kg/m^3, 10^{-3} Pa・s であり，気体の密度と粘性係数は 1.0 kg/m^3, 10^{-5} Pa・s である．そして，図中の楔形構造物は，文献中の実験ではスライドレールに沿って落下するため，水平方向と回転を拘束し，スライドレールとの摩擦抗力を考慮して重力加速度は 8.2015 m/s^2 と設定する．構造物の単位長さ当たりの質量は 22.537 kg/m，先端角度 $\beta = \pi/4$ である．なお，構造物の着水時の速度は 1.5797 m/s となるように自由落下させる[3]．**図－３**，**図－４**に粗いメッシュと細かいメッシュでの構造物の加速度の時刻歴を示す．細かいメッシュを用いた場合 (**図－４**) は，構造物の加速度の時刻歴において両者の差異はほとんどないことが分かる．一方，粗いメッシュを用いた場合 (**図－３**) は，本手法の計算結果は若干の振動はみられるものの実験値と概ね良い一致を示しているのに対し，CIVA/VOF 法に基づく FEM の結果では数値振動が大きく発生していることが分かる．以上の結果より，本手法では流体と構造物の境界における境界条件を適切に考慮できるため，比較的粗い要素分割でも高精度で安定な計算結果が得られることが期待される．

5. おわりに

本論文では，自由表面を有する流体－構造連成問題に対する，FCM に基づく流体－構造連成解析手法を提案した．本手法の妥当性及び有効性について検討するため，楔型構造物の落下問題を取り上げ，参照解及び実験結果との比較を行った．その結果，以下の結論を得た．

- 本手法では，流体－構造連成問題において，自由表面を有する流体と構造物との相互作用現象をロバストに解析可能であり，実験値とも良い一致を示した．
- 従来の有限要素法に基づく手法に比べて，比較的粗い要素分割であっても安定で高精度な結果が得られることが確認された．

今後は，構造物の変形の考慮を行う予定である．

参考文献

1) Terada, K., Asai, M. and Yamagishi, M.：Finite cover method for linear and non-linear analyses of heterogeneous solids: Int. J. Numer. Meth. Engng, Vol.58, pp.1321-1346, 2003.
2) 中村正人，高瀬慎介，樫山和男，車谷麻緒，寺田賢二郎，岡澤重信：有限被覆法による自由表面を有する流れ解析：土木学会第 65 回次学術講演会，CS8-024，2010.
3) Wu, G.X. Sun, H. and He，Y.S.：Numerical simulation and experimental study of water entry of a wedge in free fall motion：Journal of Fluids and Structures，Vol.19，pp.227-289，2004.
4) 加藤和範，樫山和男：CIVA/VOF 法に基づく有限要素法による自由表面を有する流体–構造連成解析：計算工学講演会論文集，Vol.11，pp.427-430，2006.