

KS-MOR 法による縮約化動的解析における有効自由度数の決定法

九州大学大学院 学生会員 ○飯田 浩貴

九州大学大学院 学生会員 Norliyati M.Amin

九州大学大学院 正会員 浅井 光輝

九州大学大学院 正会員 園田 佳巨

1. 序論

土木構造物の免振, 制振構造を合理的に設計するには, 免振装置などの詳細部位までを適切にモデル化した 3 次元有限要素法による全体解析を通した照査を行うことが望ましい. しかし, 物性値や入力地震動などによる不確実性を考慮した複数の解析が求められるため, 解析時間を要する詳細な FEM 解析は敬遠され, 通常は梁・トラス要素などによる‘形状の簡約・簡略化’を行い計算効率の向上が図られている. 本研究では, 解析領域全体を詳細に要素分割した有限要素モデルを対象とし, ある種のモード分解法に相当する‘数学的な縮約’を行う Krylov 部分空間を用いた縮約法 (KS-MOR) を用いた効率的な動的構造解析法の確立を目指している. 本稿では, 特に精度確保に必要となるモードの数 (= 有効自由度数) の決定法について提案する.

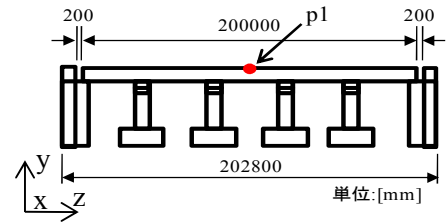


図-1 橋梁全体の寸法

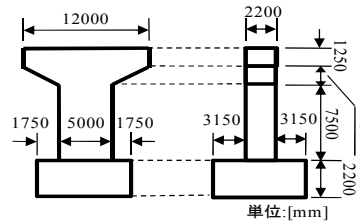
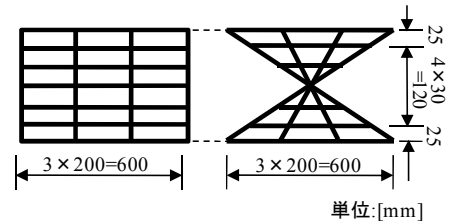


図-2 橋脚の寸法



(a) 橋軸方向 (b) 橋軸直角方向

図-3 ヒンジ支承寸法と要素分割図

2. Krylov 部分空間によるモデル縮約化法

2-1. 動的有限要素法による離散化方程式

線形弾性体による動的問題を通常の FEM により空間離散化を行い, 以下に示す方程式が得られたとする.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{D}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = \alpha(t)\mathbf{f} \quad (1)$$

ここで, $\mathbf{M}$: 質量行列, $\mathbf{D}$: 減衰行列, $\mathbf{K}$: 剛性行列である. また, $\mathbf{M} \in \mathbb{R}^{N \times N}$, $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{N \times N}$, $\mathbf{K} \in \mathbb{R}^{N \times N}$ で, 変位 $\mathbf{u}$ の自由度は N とする.

2 次オーダの Krylov 部分空間は, Block 型 SOAR から求まる直交基底ベクトル $\mathbf{q}_i$ により生成される部分空間と一致する. 規定する n 個の直交基底のみを用いて座標変換を行えば, 離散化方程式は以下に示す小規模な方程式へと変換することができる.

$$\mathbf{M}_n \ddot{\mathbf{u}}_n(t) + \mathbf{D}_n \dot{\mathbf{u}}_n(t) + \mathbf{K}_n \mathbf{u}_n(t) = \alpha(t)\mathbf{f} \quad (2)$$

$\mathbf{M}_n$, $\mathbf{D}_n$, $\mathbf{K}_n$ は $n \times n$ の小行列であり以下のように与えられる.

$$\mathbf{M}_n = \mathbf{Q}_n^T \mathbf{M} \mathbf{Q}_n, \quad \mathbf{D}_n = \mathbf{Q}_n^T \mathbf{D} \mathbf{Q}_n, \quad \mathbf{K}_n = \mathbf{Q}_n^T \mathbf{K} \mathbf{Q}_n \quad (3)$$

$$\ddot{\mathbf{u}}_n(t) = \mathbf{Q}_n^T \ddot{\mathbf{u}}(t), \quad \dot{\mathbf{u}}_n(t) = \mathbf{Q}_n^T \dot{\mathbf{u}}(t), \quad \mathbf{u}_n(t) = \mathbf{Q}_n^T \mathbf{u}(t), \quad \mathbf{f}_n = \mathbf{Q}_n^T \mathbf{f} \quad (4)$$

$\mathbf{Q}$ は n 本の直交基底ベクトルを保存した $N \times n$ の行列である.

$$\mathbf{Q}_n = [\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \mathbf{q}_3, \dots, \mathbf{q}_n] \in \mathbb{R}^{N \times n} \quad (5)$$

2-2. 有効自由度数の決定方法と KS-MOR 解析手順

モデル縮約による近似は, モーメントマッチングという手法により数学的に証明されている. この近似により, KS-MOR による周波数応答解析における計算誤差を計測す

連絡先 〒819-0395 福岡県福岡市西区元岡 744 番地 九州大学 TEL 092-802-3370

キーワード model order reduction, dynamic FEM, uncertainty

ることで、縮約化に必要となる自由度数、すなわち基底ベクトルの数が推定できる。縮約化後のある周波数領域における応答は、フーリエ変換を用いて次のように表わすことができる。

$$\tilde{\mathbf{u}}_n(\omega) = [-\omega^2 \mathbf{M}_n + i\omega \mathbf{D}_n + \mathbf{K}_n]^{-1} \tilde{\alpha}(\omega) \quad (6)$$

段階的に基底数を増加させて周波数応答解析を行い、その前後での応答の差により計算誤差を与える。許容範囲を設け、誤差が許容範囲内に収まったときの基底ベクトル数が動的過渡応答解析において、信頼性の確保することができる周波数領域帯で計算精度を十分に確保することができる有効自由度の数となる。要するに、過渡応答解析を行う前に周波数応答解析を実施して、有効自由度数の決定を図った。この方法を用いれば、簡易的ではあるが精度を保障した解析を行うことが可能となるだけでなく、一度有効自由度数を求めておけば、同一モデルによる複数の地震動履歴に対して、計算負荷の低減が可能となる。

3. 解析例

解析対象とする連続箱桁橋の諸元を説明する。図-1、図-2にそれぞれ橋梁全体、橋脚の寸法を、図-3、図-4に例題として設定した支承構造の寸法と要素分割図を示す。また、表-1、表-2に材料パラメータと解析規模をまとめた。モデルは六面体双一次要素で分割し、兵庫県南部地震時にJR西日本鷹取駅構内地盤上で観測された加速度の3方向成分を用いて作成した変位データを橋脚下部に強制変位として入力した。時間積分としてNewmark- β 法を使用し、時間増分は0.01secに固定している。入力変位の時間応答をフーリエ変換した結果、図-5のようになり主な振動成分は0~50Hz程度であったため、精度を確保すべき目標周波数帯を50Hzと設定し、周波数応答解析を行った。その結果、有効自由度数は、鋼製ヒンジ支承の場合60個、積層ゴム支承の場合54個と見積もった。上記の有効自由度数により縮約化を行い、過渡応答解析を行った結果を以下に示す。図-6に鋼製ヒンジ支承を用いた際の点p1における橋軸方向変位応答を示す。同図には縮約化を行わない通常のFEM解析結果も併せて示しているが、高精度な近似ができていることがわかる。また、点p1における支承構造による応答の差異を図-7に、積層ゴム支承構造の応力推移を図-8に示す。このようにKS-MORでは、支承構造の差異までも考慮した解析が行えることがわかる。最後に計算効率について整理する。KS-MORによる縮約化解析に必要な基底数は、問題の形状、あるいは解析の際に精度を期待したい周波数帯にも依存するため特定は困難であるが、本例題では通常のFEM解析では2、3週間程度を要したのに対し、KS-MORでは事前解析による縮約自由度数の決定過程を含めて3日程度で解析が終了した。

4. 結論

本研究では、KS-MOR法により動的過渡応答解析を行う前に、事前に周波数応答解析により有効な縮約自由度数を決定する手順を提案し、具体的な3次元橋梁モデルによる精度検証により有効性を示すことができた。今後は、周波数応答解析の適用範囲の拡張と、目的とする周波数帯の決定方法を検討する必要がある。

表-1: 各材料の物性値

	ヤング率 [Gpa]	ポアソン比 [-]	密度 [kg/m ³]
steel	210	0.30	7874
rubber	0.01	0.50	910
concrete	30	0.17	2300

表-2: 各モデルの解析規模

	ヒンジ支承	ゴム支承
elements	390956	392036
nodes	483808	485728
DOF	1451424	1457184

※DOF=Degrees Of Freedom

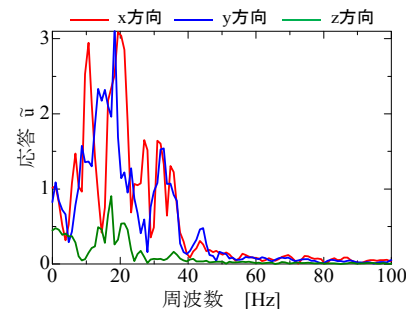


図-5 周波数応答解析結果

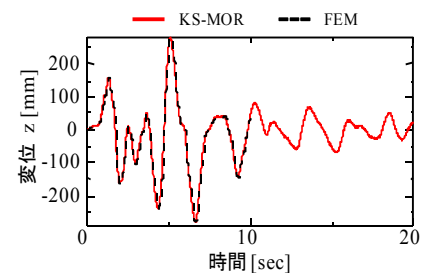


図-6 変位応答(ヒンジ支承)

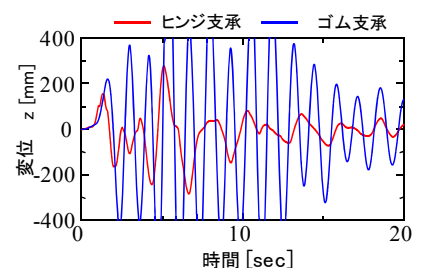


図-7 変位応答の差異

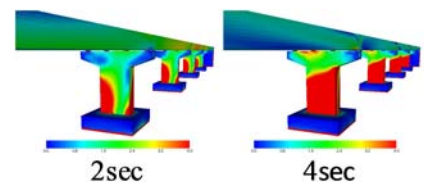


図-8 積層ゴム支承の応力推移