

分岐固有値解析に基づくRC はりの斜め引張破壊経路への分岐誘導

清水建設技術研究所 正会員 長谷川 俊昭

1. はじめに

著者の研究¹⁾では鉄筋コンクリートはりの斜め引張破壊を分岐現象としてとらえ、厳密な分岐固有値解析を行わず斜め引張破壊経路への簡便な分岐誘導解析を実施した。本研究では、分岐点を探索し固有値解析から得られる固有モードを振動とした厳密な分岐経路誘導解析を実施した。

2. 解析手法の概要および解析結果

本研究では、コンクリート構成モデルとして多等価直列相モデルを用い Newton-Raphson 法による変位制御手法に基づいてつり合い式 (式(1)) の基本経路の追跡解析を実施した後、この基本経路上に現れた最初に分岐点 A から分岐経路誘導解析を開始し、その後の分岐後経路を追跡した。分岐後経路上にもさらなる分岐点 B～E が発生したため、すなわち多段階分岐となったため、逐次これらの分岐点に関しても同様な解析を続行した。本解析のケースを表-1に、得られたせん断応答を考慮した分岐点とともに図-1と図-2に示す。分岐点や極限点(最大耐力)は式(2)によって判定される特異点であるが、ひずみ軟化材料であるコンクリートの破壊解析では疑似的運動モード(spurious kinematic mode)が特異点をもたらす場合もあるため、本検討ではこのモードの発生を固有値解析(式(3))によって確認し排除して分岐点の探索を実施した。

$$\mathbf{K}\Delta\mathbf{u}=\dot{\mu}\mathbf{q} \quad (1)$$

$$\det\mathbf{K}=\det(\mathbf{L}\mathbf{D}\mathbf{L}^T)=\prod_{i=1}^n D_{ii}=0 \quad (2)$$

$$\mathbf{K}\mathbf{v}_i=\lambda_i\mathbf{v}_i \quad (3)$$

$$\Delta\mathbf{u}_p=\alpha\Delta\mathbf{u}_f+\beta\mathbf{v}_i \quad (4)$$

$$=\frac{\Delta\mathbf{u}_f^T\mathbf{v}_i\Delta\mathbf{u}_f-\Delta\mathbf{u}_f^T\Delta\mathbf{u}_f\mathbf{v}_i}{\sqrt{\Delta\mathbf{u}_f^T\Delta\mathbf{u}_f-[\Delta\mathbf{u}_f^T\mathbf{v}_i]^2}}$$

$$\Delta\mathbf{u}_p=\beta\mathbf{v}_i=\sqrt{\frac{\Delta\mathbf{u}_f^T\Delta\mathbf{u}_f}{\mathbf{v}_i^T\mathbf{v}_i}}\mathbf{v}_i \quad (5)$$

図-3は解析ケース K03 において疑似的運動モードが発生したステップを示しており、図-5は基本経路における疑似的運動モードの発生例である。図-4は解析ケース K01 における $\det\mathbf{K}$ の変化を示したものであるが (m は負ピボットの数)、ある種の座屈分岐問題と同様に $\det\mathbf{K}$ の値が零となることは希であり

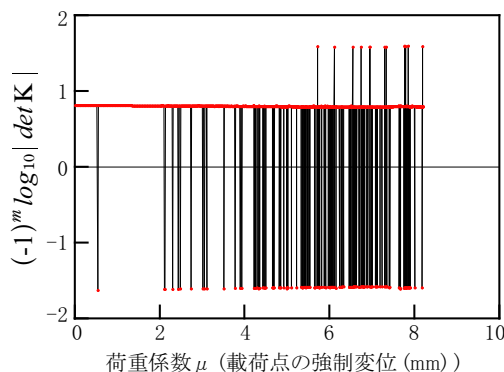
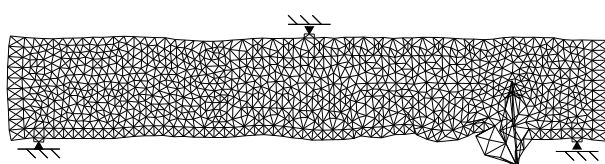
図-4 解析ケース K01 における $\det\mathbf{K}$ 

図-5 疑似的運動モード(解析ケース K01)

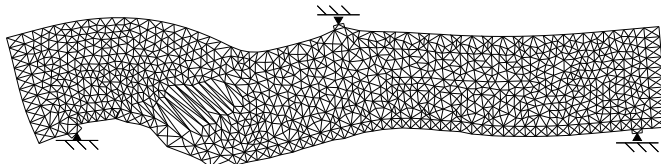
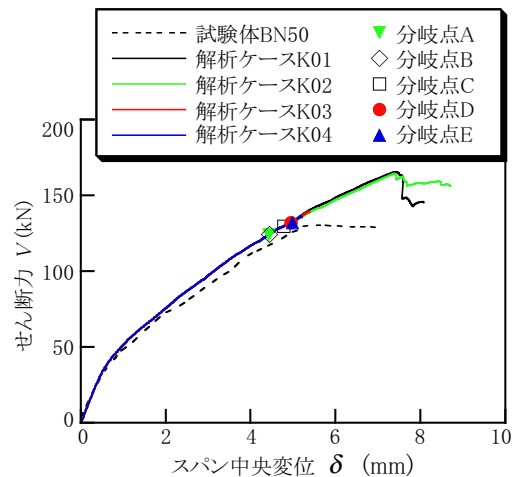
図-6 分岐点 B の4次固有モード: $\lambda_4=4.3541 \times 10^2$ 

図-1 せん断応答

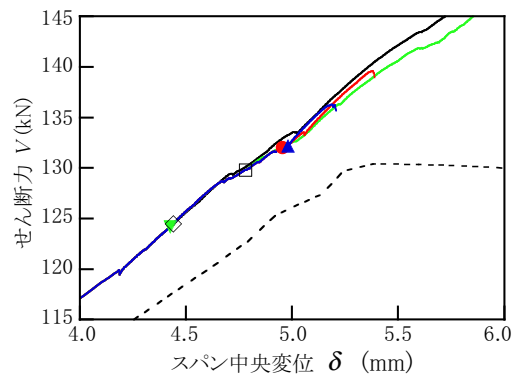
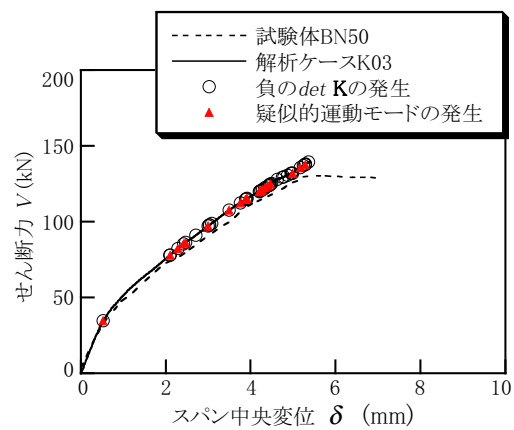


図-2 せん断応答(分岐点近傍)

図-3 負の $\det\mathbf{K}$ と疑似的運動モード

キーワード: 鉄筋コンクリート, 斜め引張破壊, 斜めひび割れ, 分岐固有値解析, 分岐経路誘導解析, 有限要素破壊解析
〒135-8530 東京都江東区越中島 3-4-17 TEL 03-3820-6960 FAX 03-3820-5955

分岐点近傍で正値から負値に大きく変化するため、本検討では負の $\det \mathbf{K}$ が発生したステップを分岐点とした。分岐点においては固有値解析から得られた固有ベクトル $\mathbf{v}_i$ および基本解の増分変位ベクトル $\Delta \mathbf{u}_f$ を用いて式 (4) または式 (5) から計算される増分変位予測ベクトル $\Delta \mathbf{u}_p$ を摂動として与えることによって分岐経路誘導を行なった。なお式 (4) は分岐経路に関する直交条件 $\Delta \mathbf{u}_p^T \Delta \mathbf{u}_f = 0$ およびスケーリング条件 $\Delta \mathbf{u}_f^T \Delta \mathbf{u}_f = \Delta \mathbf{u}_p^T \Delta \mathbf{u}_p$ から求めたもの²⁾であり、式 (5) では後者の条件のみを考慮した。図-6~9は各分岐点で考慮した固有モード(変位倍率200)であり、図-10, 11, 15は分岐経路誘導後(分岐点直後)の増分変位図に最大主ひずみ分布を重ね描きしたものである。解析ケース K03 では有効な分岐経路誘導によって右スパンの斜めひび割れと鉄筋軸方向ひび割れが卓越する斜め引張破壊の支配的なモードが出現しており、その後の分岐後経路追跡によって最大耐力時の斜め引張破壊の完結メカニズムが良好に再現できた(図-12~14)。一方、解析ケース K04 では左スパンの斜めひび割れの分岐経路が誘導されたのにもかかわらず、最大耐力時には解析ケース K03 と同様に右スパンの斜め引張崩壊モードが得られる結果となった(図-16~18)。

3. まとめ

疑似的運動モードを排除して接線剛性マトリックスの行列式による分岐点の判定と探索を行ない、固有値解析から得られる固有モードを摂動とした分岐経路誘導ならびに分岐後経路追跡を実施した。その結果、斜めひび割れと軸方向ひび割れが卓越する斜め引張破壊の完結メカニズムを良好に再現できた。

[参考文献]

- 1) 長谷川俊昭：RC はりの斜め引張破壊経路の分岐誘導解析，土木学会第 58 回年次学術講演会講演概要集，V-276，pp.551-552，2003 年。
- 2) de Borst, R.: Non-linear analysis of frictional materials, *Ph.D. Thesis, Delft University of Technology*, 1986.

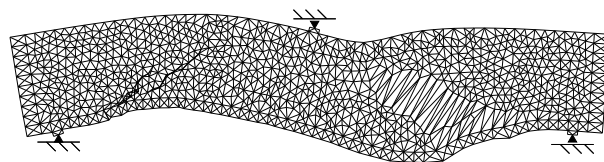


図-7 分岐点 C の 1 次固有モード : $\lambda_1 = 3.1420 \times 10^2$

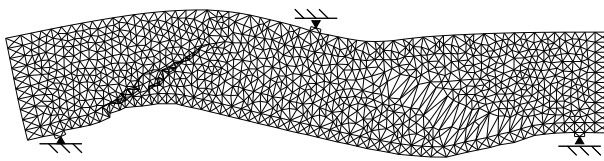


図-8 分岐点 D の 1 次固有モード : $\lambda_1 = 3.6131 \times 10^2$

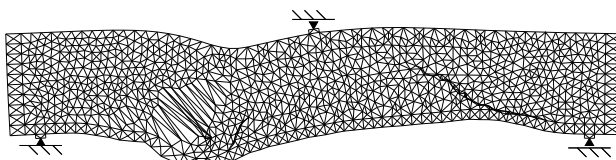


図-9 分岐点 E の 1 次固有モード : $\lambda_1 = 4.4236 \times 10^0$

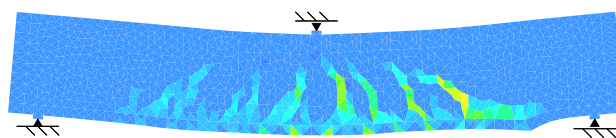


図-10 分岐点 C 直後の増分変位 (解析ケース K03)

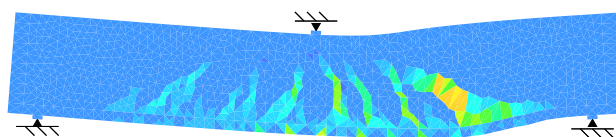


図-11 分岐点 D 直後の増分変位 (解析ケース K03)

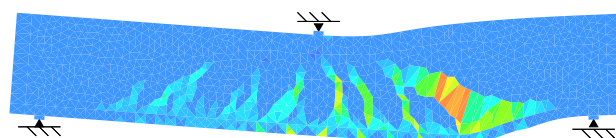


図-12 最大耐力時の増分変位 (解析ケース K03)

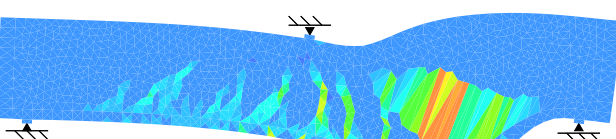


図-13 最大耐力直後の増分変位 (解析ケース K03)

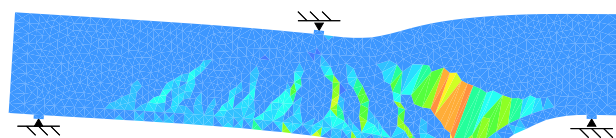


図-17 最大耐力直後の増分変位 (解析ケース K04)

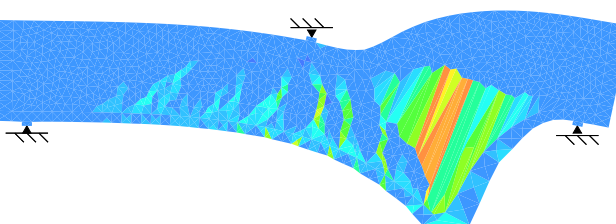


図-18 最大耐力後の増分変位 (解析ケース K04)

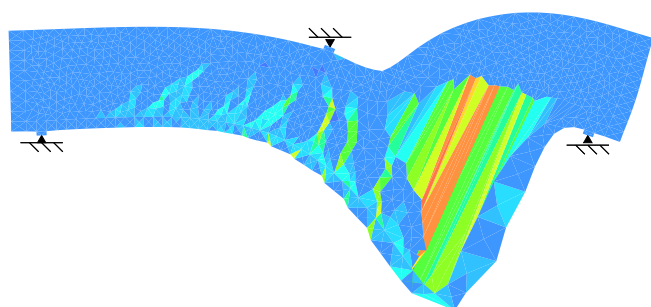


図-14 最大耐力後の増分変位 (解析ケース K03)

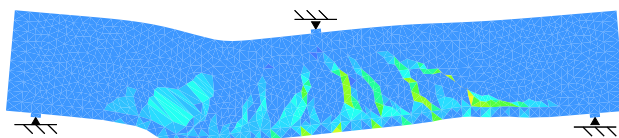


図-15 分岐点 E 直後の増分変位 (解析ケース K04)

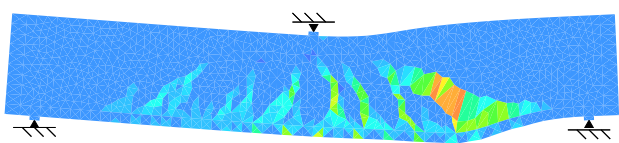


図-16 最大耐力時の増分変位 (解析ケース K04)

