

感度分析による経路集約化法を用いた交通量配分の一解法

金沢大学大学院 自然科学研究科 学生員 ○岡本 裕也
 金沢大学 理工研究域環境デザイン学系 正会員 中山晶一朗
 金沢大学 理工研究域環境デザイン学系 フェロー 高山 純一

1. はじめに

広域を対象とした大規模道路ネットワーク(複数の県をまたぐネットワーク)の交通量配分を行うには、膨大な計算時間を要し、データ入力、結果表示のための作業量も膨大なものとなる。配分結果の精度を確保しつつ、計算費用を減らすための手法の一つに、ネットワークの集約化がある。

ネットワーク集約化の目的は、実際のネットワークよりも規模(リンク、ノード数)の小さい計算用のネットワークを合理的に作成することにあると考えられる。最も簡単な方法として、主要なリンク(幹線道路)のみを抽出し、他のリンクを削除する方法が挙げられるが、不要なリンクを削除しているため、計算費用の節約には寄与しても、配分結果に対する精度が保証されず、交通計画の基本データとしての利用価値が減ずることになる。

これに対し、Connors¹⁾の提案する感度分析を用いたネットワークの集約化は、有料道路または、公共交通と一般道路を含むネットワークにおいて、一般道路を一本の仮想リンクに集約することで、計算時間を短縮することができる。しかし、Connorsの理論では高速道路へのアクセスに一般道路を利用する場合に適用できないことが問題点として挙げられる。

本研究では、感度分析を用いたネットワーク集約方法を提案するとともに、高速道路へのアクセスに一般道路を利用する場合においても適用可能なネットワーク集約化手法²⁾を構築した。しかし、大規模ネットワークで本計算手法を適用する場合、計算に用いる行列が非常に大きくなり計算ができないという問題が挙げられる³⁾。そこで、本研究では膨大となる行列(勾配行列)の簡略化手法を提案する。

2. 確率的利用者均衡配分の定式化

(1) 経路交通量

前章で述べたように、高速道路の経路交通量を計算する必要から、本研究では確率的利用者均衡配分法を採用する。また、実用的に利用可能なロジットモデルによる経路選択確率を仮定する。各道路利用者はロジットモデルに従い、経路選択確率を決定していると仮定すると経路交通量は次式で与えられる。

$$\mathbf{f} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{P} \quad (1)$$

ここで、 \mathbf{f} は経路交通量ベクトル、 \mathbf{Q} はOD交通量を対角成分に持つ対角行列、 \mathbf{P} は一般道路の経路選択確率ベクトルである。

(2) リンク交通量

経路交通量とリンク交通量の関係は、以下のように与えることができる。

$$\mathbf{x} = \Delta \cdot \mathbf{f} \quad (2)$$

ここで、 \mathbf{x} はリンク交通量ベクトル、 Δ はリンク・経路接続行列である。

(3) 経路コスト

経路コストは、経路を構成するリンクの旅行コストの和を用いて、以下のように表わされる。

$$\mathbf{c} = \Delta^T \cdot \mathbf{t} \quad (3)$$

ここで、 \mathbf{c} は経路コストベクトル、 \mathbf{t} はリンクコストベクトルである。

3. 感度分析の定式化

(1) 感度分析の概要

感度分析は、分析したいアウトプットをいくつかの変数(パラメータ)に分解し、その変数が変動した時、アウトプットにどの程度影響を与えるのかを調べる手法で、本研究では、確率的利用者均衡配分をベースに、

キーワード 交通ネットワーク分析, 感度分析

連絡先 〒920-1192 石川県金沢市角間町 金沢大学大学院自然科学研究科 Tel : 076-234-4614

一般道路のみを利用する経路交通量をアウトプットとし、高速道路の経路交通量を変動させたときの一般経路交通量の影響を把握する。

(2) 定式化

まず、経路を一般道路の経路と高速道路の経路に分離し、リンク交通量を以下のように与える。

$$\mathbf{x} = \Delta^h \mathbf{h} + \Delta^g \mathbf{g} \quad (4)$$

ここで、 \mathbf{x} はリンク交通量ベクトル、 \mathbf{h} は高速道路の経路交通量ベクトル、 Δ^h は高速道路のリンク・経路接続行列、 \mathbf{g} は一般道路の経路交通量ベクトル、 Δ^g は一般道路のリンク・経路接続行列である。

上式の一般道路の経路交通量 \mathbf{g} に関しては、以下のように与える。

$$\mathbf{g} = (\mathbf{Q} - \mathbf{H}) \cdot \mathbf{P}_g \quad (5)$$

ここで、 \mathbf{g} は一般道路の経路交通量ベクトル、 \mathbf{H} は高速道路の総経路交通量を対角成分に持つ対角行列、 \mathbf{P}_g は一般道路の経路選択確率ベクトルである。

上式のギャップ関数に1次のテーラー展開を施すと一般道路の経路交通量 \mathbf{g} は、高速道路の経路交通量 \mathbf{h} の関数として、以下のように与えられる。ここで、高速道路の経路交通量の摂動は、もっとも簡単な形 ($\mathbf{h} = \mathbf{h}_0 + \mathbf{h}_s$) とする。

$$\mathbf{g}(\mathbf{h}) = \mathbf{g}(\mathbf{h}_0) - \mathbf{G} \cdot (\mathbf{h} - \mathbf{h}_0) \quad (6)$$

上式の勾配行列 \mathbf{G} に関しては以下のように与える。

$$\mathbf{G} = \left(\mathbf{I} - (\mathbf{Q} - \mathbf{H}) \cdot \nabla_{\mathbf{c}} \mathbf{P} \cdot \Delta^g \cdot \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{t} \cdot \Delta^g \right)^{-1} \cdot \left\{ \nabla_{\mathbf{h}} \mathbf{H} \cdot \mathbf{P} - (\mathbf{Q} - \mathbf{H}) \cdot \nabla_{\mathbf{c}} \mathbf{P} \cdot \Delta^g \cdot \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{t} \cdot \Delta^h \right\} \quad (7)$$

式(3)~(6)をまとめると、リンク交通量 \mathbf{x} は高速経路交通量 \mathbf{h} の関数として、以下のように与えられる。

$$\mathbf{x}(\mathbf{h}) = \mathbf{x}(\mathbf{h}_0) + \Delta^h \mathbf{h} - \Delta^g \cdot \mathbf{G} \cdot (\mathbf{h} - \mathbf{h}_0) \quad (8)$$

また、集約した経路の経路旅行時間は、以下に示す期待最小コストを用いることとする。

$$\mathbf{S} = -\frac{1}{\theta} \ln \sum_{n \in N_g} \exp(-\theta c_g(\mathbf{x}(\mathbf{h}))) \quad (9)$$

ここで、 c_g は一般道路の経路コストであり、 θ はロジットモデルのパラメータである。

4. 感度分析手法の問題点

感度分析を用いた交通量配分では、予め、式(7)で与えられる勾配行列を計算する必要がある。しかし、この勾配行列は、[一般経路交通量×高速経路交通量]の

行列であり、ネットワークの規模が大規模になると計算機容量の関係で計算ができないという問題点が考えられる。そこで、本研究では勾配行列を簡略化した計算手法を提案する。

勾配行列の $\nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{t}$ の各成分は、BPR 関数を交通量で微分した式(10)で与えられる。

$$\frac{\partial t_a}{\partial x_a} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ t_{a0} \left(1 + \alpha \left(\frac{x_a}{C_a} \right)^\beta \right) \right\} = t_{a0} \cdot \alpha \cdot \beta \cdot \frac{1}{C_a^\beta} \cdot (x_a)^{\beta-1} \quad (10)$$

ここで、 t_a はリンク a の旅行コスト、 t_{a0} はリンク a の自由旅行コスト、 x_a はリンク a の交通量、 C_a はリンク a の交通容量、 α, β は BPR 関数のパラメータである。

式(10)では、交通量に対して交通容量が大きければ、 $\nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{t}$ の各成分は非常に小さくなると考えられる。このことから、 $\nabla_{\mathbf{c}} \mathbf{P} \cdot \Delta^g \cdot \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{t} \cdot \Delta^g$ を微小、つまり $\mathbf{0}$ と仮定すると、式(7)の勾配行列は以下のように与えることができる。

$$\mathbf{G} = \nabla_{\mathbf{h}} \mathbf{H} \cdot \mathbf{P} \quad (11)$$

式(11)は[一般経路交通量×総高速経路交通量]の行列である。高速経路交通量は一般経路交通量に対して非常に小さくなることから、勾配行列を簡略化することで大幅な計算機容量を削減することができると考えられる。

5. まとめ

本研究では、感度分析を用いた交通量配分の問題点を勾配行列計算式の簡略化を行うことで解決する方法を提案した。今後、本研究で提案した計算手法を仮想ネットワークで適用し、検討を行うとともに、大規模ネットワークで適用して、その有意性を検討する。その結果については講演時に発表する。

参考文献

- 1) Connors, R.D : Aggregation Of Traffic Networks Using Sensitivity Analysis , UTSG, January 2008, 2A1.1 - 2A1.11
- 2) 岡本裕也, 中山晶一郎, 高山純一 : 感度分析を用いた確率的利用者均衡配分の効率的計算, 土木計画学研究・講演集, No.42, CD-ROM, 2011
- 3) 岡本裕也, 中山晶一郎, 高山純一 : 感度分析による経路集約化法を用いた確率的利用者均衡配分の効率的計算, 土木学会論文集 D3(投稿中)