

# 回転硬化を考慮した下負荷面モデルを用いたバラスト材の繰返し変形解析における材料パラメータの変動の影響

新潟大学大学院自然科学研究科 学生員 間島 朋也  
 新潟大学大学院自然科学研究科 正会員 紅露 一寛  
 新潟大学工学部建設学科 正会員 阿部 和久

## 1. はじめに

今日、わが国の鉄道の多くでは、単粒度砕石からなるバラスト道床を敷設することが一般的である。バラスト道床は経済性施工性に優れ、騒音・振動の低減効果に有効である。砕石粒子の集合体であるバラスト道床の管理においては、列車の繰返し通過により発生・蓄積する残留変位が重要な監視項目であり、道床沈下量の定量予測は軌道保守上重要な課題の一つである。

これまで当研究室では、バラスト部の力学挙動を回転硬化を考慮した下負荷面モデル<sup>1)</sup>で表現した弾塑性有限要素モデルを用いて有道床軌道の鉛直・水平載荷解析を行い、バラスト道床内部の荷重分散や変形の集中箇所等について検討した<sup>2)</sup>。しかし、道床用バラスト材は構造の代表寸法に比べて粒径が大きいこともあり、要素試験や実物大試験の結果は、供試体ごとの粒径や形状、粒子配置のばらつきの影響を大きく受ける。同条件を仮定して実験を行っても、その結果は小さくない変動が含まれたものとなる。一方、弾塑性有限要素解析では、この力学挙動のばらつきを材料パラメータの変動として考慮する必要があるが、解法が数論的手法であるため、材料の平均的な力学挙動を評価しているに過ぎない。

そこで本研究では、回転硬化を考慮した下負荷面モデル<sup>1)</sup>に基づく弾塑性連続体でバラスト材をモデル化する場合を対象に、材料パラメータの変動がバラスト材の繰返し変形解析結果に及ぼす影響について、1次近似2次モーメント法(FOSM)<sup>3)</sup>を用いて評価・検討する。

## 2. FOSMによる材料パラメータの感度解析

バラスト材の応力やひずみなどを弾塑性有限要素法などの数値解析によって評価する場合を考える。材料モデルが  $m$  個の材料パラメータ  $\{p_i | i = 1, 2, \dots, m\}$  個を用いるものとし、これらを確率変数として値の変動を考慮する。

ここで、数値解析によって評価される応答  $g_i (i = 1, 2, \dots, n)$  ( $n$ : 評価自由度) に関し、その平均値  $E(g_i)$  と分散  $\text{Var}(g_i)$ 、標準偏差  $\sigma_{g_i}$  について考える。FOSM では、 $g_i$  をパラメータの期待値  $E(p_j)$  まわりで Taylor 展開し、一次の項で打ち切って近似評価する。その結果、次式を得る。

$$g_i \approx g_i(E(p_1), E(p_2), \dots, E(p_m)) + \sum_{j=1}^m (p_j - E(p_j)) \left. \frac{\partial g_i}{\partial p_j} \right|_{\bar{\mathbf{p}}} \quad (1)$$

式(1)について期待値と分散とを計算すると、

$$E(g_i) \approx g_i(E(\bar{p}_1), E(\bar{p}_2), \dots, E(\bar{p}_m)) \quad (2)$$

$$\text{Var}(g_i) \approx \sum_{j=1}^m \sum_{l=1}^m \left. \frac{\partial g_i}{\partial p_j} \right|_{\bar{\mathbf{p}}} \cdot \left. \frac{\partial g_i}{\partial p_l} \right|_{\bar{\mathbf{p}}} \cdot \text{Cov}(p_j, p_l) \quad (3)$$

ただし、 $\bar{\mathbf{p}} = \{\bar{p}_k = E(p_k) | k = 1, 2, \dots, m\}$  とし、 $\text{Cov}(\cdot, \cdot)$  は共分散を表わす。標準偏差は  $\sigma_{g_i} = \sqrt{\text{Var}(g_i)}$  で評価できる。

材料パラメータの共分散  $\text{Cov}(p_i, p_j)$  は、確率変数  $p_i (i = 1 \sim m)$  の独立を仮定して与える。感度  $\partial g_i / \partial p_j$  については、有理多項式近似<sup>3)</sup>を用いて評価する。

## 3. 下負荷面モデルを用いたバラスト材の繰返し三軸試験シミュレーション

本研究では、回転硬化を考慮した下負荷面モデル<sup>1)</sup>を用いてバラスト材の繰返し変形挙動を表現するものとし、陽解法に基づく弾塑性有限要素法を用いてその応答を評価する。当該モデルでは、材料パラメータおよびそれに準ずるものとして、 $\phi$ ,  $\rho$ ,  $\mu$ ,  $\phi_d$ ,  $b_r$ ,  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$ ,  $\gamma$ ,  $\nu$ ,  $u_1$ ,  $m_1$ ,  $\phi_b$ ,  $F_0$  の14種類がある。解析は石川らにより実施されたバラスト材の大型繰返し三軸試験<sup>4)</sup>を対象として行う。引張を正として、拘束圧  $\sigma_{11} = \sigma_{22} = -19.6(\text{kPa})$ 、軸方向応力  $\sigma_{33}$  を  $-19.8(\text{kPa})$  から  $-98.0(\text{kPa})$  まで載荷・除荷を繰返し、荷重制御で解析を行う。材料パラメータの変動の影響は、前述の14個全てについて検討することとした。各パラメータの期待値は、実験結果の再現性を考え表1の通りとした。

## 4. FOSMの評価精度

後述するが、上記14種類の材料パラメータにおいては、 $c_3$ ,  $F_0$ ,  $\phi$ ,  $c_1$ ,  $m_1$  の順で、その変動が解析結果に及ぼす影響が大きい。そのため、ここでは最も影響が大きかった  $c_3$  のみ変動を考慮し、材料パラメータに変動係数  $\delta = 1\%, 5\%$  相当分の変動が混入したときの順解析結果を参照解として、FOSMによる評価精度を検証する。載荷・除荷第1サイクルにおける軸ひずみ・軸差応力についての解析結果を図1に示す。±1%の変動では、FOSMによる軸ひずみの標準偏差  $\sigma_{\varepsilon_{33}}$  の評価精度は良好であるが、順解析結果の変動が大きくなる±5%の変動では、その評価精度が低下している

**Key Words:** バラスト, 下負荷面モデル, 1次近似2次モーメント法

連絡先: 950-2181 新潟市西区五十嵐二の町 8050 番地 TEL 025 (262) 7274 FAX 025 (262) 7274

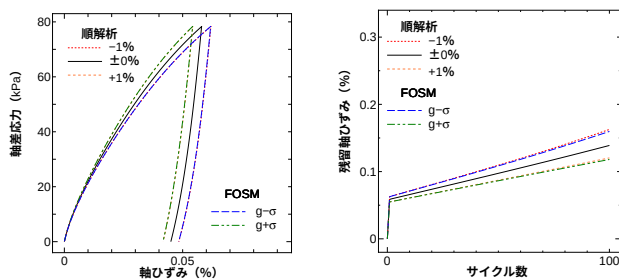
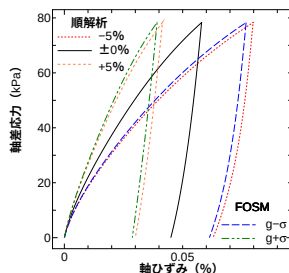
(a) 変動係数  $\delta = 1\%$ (b) 変動係数  $\delta = 5\%$ 

図1 第1サイクルでの軸ひずみ・軸差応力  
( $c_3$  のみ変動)

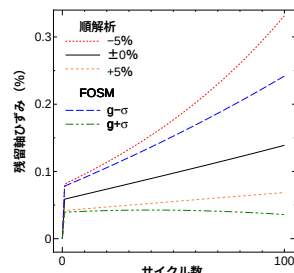
(a) 変動係数  $\delta = 1\%$ (b) 変動係数  $\delta = 5\%$ 

図2 サイクル開始時での残留軸ひずみ  
( $c_3$  のみ変動)

ことが分かる。

次に、解析サイクル数増加に伴う残留軸ひずみの解析結果を図2に示す。解析サイクル数の増加とともに、残留軸ひずみの変動幅は拡大する傾向を示す。変動係数  $\delta = 1\%$  の変動では、順解析結果と FOSM による解析結果が概ね一致するのに対し、 $\delta = 5\%$  の場合には変動幅を与える標準偏差の評価精度がサイクル数の進展とともに低下することが分かる。なお、図1、図2ともに、順解析結果の変動幅が大きい場合ほど FOSM による評価精度が低下する傾向を示し、他のパラメータでも同様である。

## 5. 材料パラメータの感度評価

まず、材料パラメータのいずれか一つの 1% 変動を仮定した場合における、第1サイクルでの軸ひずみ  $\varepsilon_{33}$  の標準偏差  $\sigma_{\varepsilon_{33}}$  と軸差応力の履歴を図3に示す。なお、 $\sigma_{\varepsilon_{33}}$  は FOSM で評価したものである。解析結果より、 $c_3$ 、 $F_0$ 、 $\phi$ 、 $c_1$ 、 $m_1$  の順で、その変動が解析結果に及ぼす影響が大きく、その他のパラメータについてはほとんど解析結果に影響を与えないことが分かる。特に、影響の大きい  $c_3$ 、 $F_0$  については、1%相当の変動が混入するだけで第1サイクル終了時の残留軸ひずみ評価値の約 7% ( $c_3$ )、約 5% ( $F_0$ ) 相当の変動量が観測されることが分かる。そのため、影響感度が高い材料パラメータの選定に際しては注意が必要であるとともに、実験における力学挙動の比較的大きな変動は、解析においてはこれら高感度を示すパラメータの変動として反映される可能性が高いと考えられる。

最後に、すべてのパラメータに対し変動係数  $\delta = 1\%$  の変

表1 材料パラメータの期待値

|          |      |          |                      |
|----------|------|----------|----------------------|
| $\phi$   | 31°  | $c_3$    | 3.0                  |
| $\rho$   | 0.1  | $\gamma$ | $1.5 \times 10^{-4}$ |
| $\mu$    | 3.0  | $\nu$    | 0.15                 |
| $\phi_d$ | 25°  | $u_1$    | 0.7                  |
| $b_r$    | 20   | $m_1$    | 2.41                 |
| $c_1$    | 40   | $\phi_b$ | 54.4°                |
| $c_2$    | 0.25 | $F_0$    | 200(kPa)             |

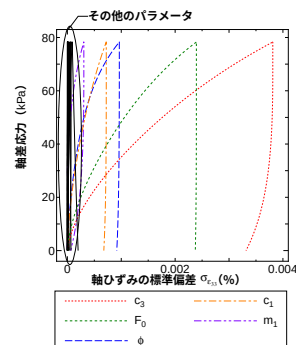
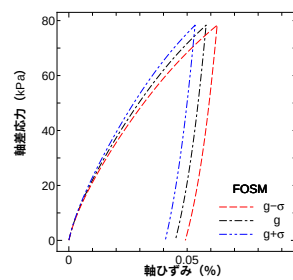
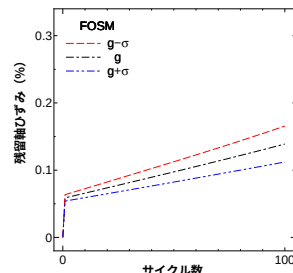


図3 各材料パラメータを個々に変動させた場合の軸ひずみの標準偏差 (変動係数  $\delta = 1\%$ )



(a) 軸ひずみ・軸差応力



(b) 残留軸ひずみの進展傾向

図4 全てのパラメータに  $\delta = 1\%$  の変動を考慮した場合

動を与えた場合における、第1サイクルでの軸ひずみと軸差応力の関係、およびサイクル数と残留軸ひずみの関係を図4に示す。第1サイクルでの軸ひずみにおける標準偏差  $\pm\sigma$  相当分の変動幅は、パラメータ値の変動感度が最も高い  $c_3$  のみ変動の場合と概ね同程度となっている。また、サイクル数の増加は、塑性変形の進展に起因して残留軸ひずみの標準偏差  $\sigma_{\varepsilon_{33}}$  の値を増加させることがわかる。第1サイクル終了時の残留軸ひずみでは、変動係数が  $\delta_{\varepsilon_{33}} = \sigma_{\varepsilon_{33}} / E(\varepsilon_{33}) \approx 0.07$  であるが、サイクルの進展に伴いその値は増大し、100 サイクル終了時では  $\delta_{\sigma_{\varepsilon_{33}}} \approx 0.18$  となっている。このことから、参照実験結果の力学挙動の変動の影響を考慮して選定した、(変動を有する) 材料パラメータを解析に使用した場合、サイクル数の増大とともに残留ひずみの解析結果の変動幅が大きくなる。入力値のわずかな変動でも、特に高サイクル下では決定論的に得られた解析結果からの変動が大きくなるため、解析結果の分析・考察の際には注意が必要である。

## 参考文献

- 橋口公一, 上野正美, 陳 忠平: 下負荷面および回転硬化の概念に基づく土の弾塑性構成式, 土木学会論文集, No.547 / III-36, pp.127-144, 1996.
- 紅露一寛, 福津佑太, 東海林裕之, 阿部和久: 下負荷面モデルを用いた弾塑性有限要素法による有道床バラスト軌道の繰り返し変形解析, 計算工学講演会論文集, Vol.15, pp.961-964, 2010.
- Mellán, R., Auvinet, G., Masrouri, F.: Stochastic finite element method applied to non-linear analysis of embankments, Prob. Engrg. Mech., Vol.15, pp.251-259, 2000.
- 石川達也, 須長 誠, 董 軍, 名村 明: 大型繰返し三軸試験による道床バラストの変形特性の検討. 土木学会論文集, No.575, III-40, pp.169-178, 1997.