拡張有限要素法を用いた浸透流解析システムの実用性検証

清水建設技術研究所　正　○山田俊子・正　櫻井英行

１．はじめに

岩盤石油備蓄基地や放射性廃棄処分場等を対象とした地下水挙動検討において，断層破砕帯等の構造は水理地質構造上重要な要素の一つである．しかし，複雑な地下構造物を対象とした有限要素法（FEM）による地下水浸透流解析において，断層破砕帯等の薄い地層構造のモデル化はメッシュ分割作業に多大な労力と時間を要する．この問題を解決するために，筆者らは物性境界を解析メッシュとは独立に定義することが可能な拡張有限要素法（X-FEM：eXtended Finite Element Methods）を用いた浸透流解析システムの開発に着手し，これまでの数値実験でメッシュ分割の大幅な効率化と解析精度維持の両立を確認してきた[1)]．本論文では，より現実的な三次元問題を対象とした数値実験により，従来法との比較検討結果を報告する．

２．X-FEM

スカラーポテンシャル $\phi(\mathbf{x})$ における X-FEM の近似の一般形は次のよう書ける．

$$\phi^h(\mathbf{x}) = \sum_{I\in\mathbf{N}} \phi_I L_I(\mathbf{x}) + \sum_K \sum_{I\in\mathbf{M}^{(K)}} L_I(\mathbf{x}) a_I^{(K)} f^{(K)}(\mathbf{x}) \qquad (1)$$

ここに，$L_I(\mathbf{x})$ は，一般的なFEMの節点 I に関する形状関数，$\mathbf{N}$ は全節点の集合である．$f^{(K)}(\mathbf{x})$ は部分的に導入されるエンリッチ関数であり，$\mathbf{M}^{(K)}$ はエンリッチ（拡充）される節点の集合，K はエンリッチ関数の数である．ϕ_I と a_I は未定定数である．本研究では物性境界面をモデル化するため，エンリッチ関数として次の微分不連続関数を導入する．

$$f^{(K)}(\mathbf{x}) = 1 - \left| \sum_{I\in\mathbf{M}^{(K)}} \lambda_I^{(K)} L_I(\mathbf{x}) \right| \Big/ \sum_{I\in\mathbf{M}^{(K)}} \left|\lambda_I^{(K)}\right| L_I(\mathbf{x}) \qquad (2)$$

ここで，$\lambda_I^{(K)}$ は物性境界面 K から節点 I までの符号付き距離関数の値である．この関数は**図 1** に示すように，物性境界に沿って尾根筋を形成するリッジ関数で，物性境界面位置で関数値は常に1となり，物性境界が横切らない要素では値がゼロとなる．$\mathbf{M}^{(K)}$ は物性境界が横切る要素を台とする拡充節点の集合である．

断層のように物性境界面が二つある内在構造の場合は，**図 2** に示すように一対の符号付き距離関数を用意し，それらの不等式の組み合わせによって，メッシュ分割とは独立して物性を定義することが可能である．

３．ベンチマークテスト

本手法の妥当性を検証するため，定常飽和浸透流問題を対象とした数値実験を実施した．**図3**は解析領域をFEMでモデル化したものであり，薄い地層がモデル中央部の穴を貫く問題である．境界条件は，モデルの上面と中央部の穴の壁面で水頭固定，側方および下部境界を不透水境界とした．中央部の穴を貫く薄い地層は，高透水の場合と難透水の場合の両者について、メッシュ分割せずに符号付き距離関数でモデル化し，X-FEMで解析した結果と，通常のFEMによりメッシュ分割した結果の誤差比較を行った．誤差は，解析領域全体を0.1mの極小要素サイズで分割したモデルによる解析結果を参照解として次式により算出した．

$$E_\phi = \sqrt{\sum_{i\in\tilde{\mathbf{N}}} (\phi_i^{\mathrm{Reference}} - \phi_i)^2} \Big/ \sqrt{\sum_{i\in\tilde{\mathbf{N}}} (\phi_i^{\mathrm{Reference}})^2} \qquad (3)$$

ここで，$\phi_I^{\mathrm{reference}}$ は参照解，$\tilde{\mathbf{N}}$ は，誤差比較を実施する対象節点の集合であり，**図3**に青点で示す薄層表面とその近傍の節点群である．X-FEMは薄層のメッシュを分割していないので，断層表面上の値は式(1)により内挿して求めた．

図 4 は誤差の比較である．薄層の透水性に依らず，X-FEM は FEM と同等の解析精度を与えることが分かる．

４．三次元問題による比較

図 5 に示す岩盤内のトンネルを断層が貫くようなケースの地下水挙動について，X-FEM，FEM，それに従来よく用いられている等価透水係数を用いた手法で解析し，結果を比較した．解析に用いたメッシュを**図 6** に示す．X-FEM では断層面を符号付き距離関数で与えるため断層のメッシュ分割は不要である．等価透水係数を用いる均質化手法では，断層が通過する要素に薄層の面に沿う方向と面に直行する方向を主軸とした直交異方性の透水係数として近似した．算出式は，**図 6** に示すとおりである．

解析結果のコンターを**図 7** に示す．図中、白線は X-FEM 赤線は FEM、青線は等価透水係数近似による FEM の結果である．X-FEM の結果は断層のメッシュ分割を行っていないので，FEM のメッシュを用いて断層面上の節点の値を式(1)に内挿して求めている．X-FEM と FEM の結果はほぼ一致しているため白線と赤線は重なっているが，等価透水係数の結果を示す青線は，特に断層近傍において他の二つの解析結果からはずれている．均質化を行った近傍で解析結果を実測値と比較する場合は注意を要する．

５．おわりに

より現実的なモデルを用いた数値実験を実施した．工事進捗により新たな断層が出現した場合でも，X-FEM を用いた浸透流解析により，メッシュ分割をやり直すことなく，解析精度を維持できることを確認した．

キーワード：拡張有限要素法，浸透流解析，断層
連絡先：〒135-8530 東京都江東区越中島 3-4-17 清水建設（株）技術研究所　社会基盤技術センター　TEL(03)3820-8779

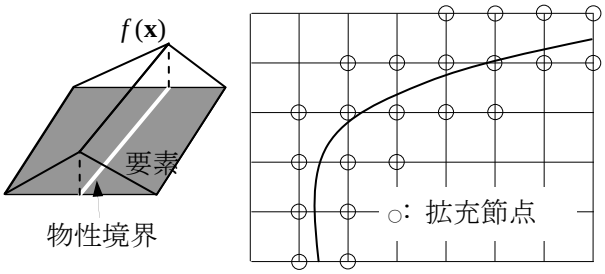


図 1 エンリッチ関数と拡充節点

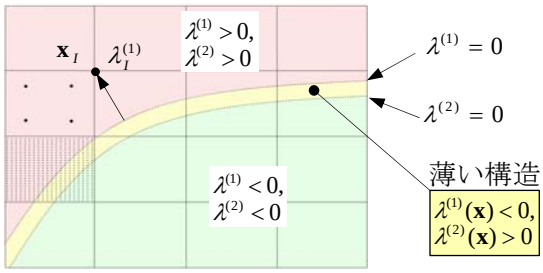


図 2 距離関数による薄層の定義と数値積分

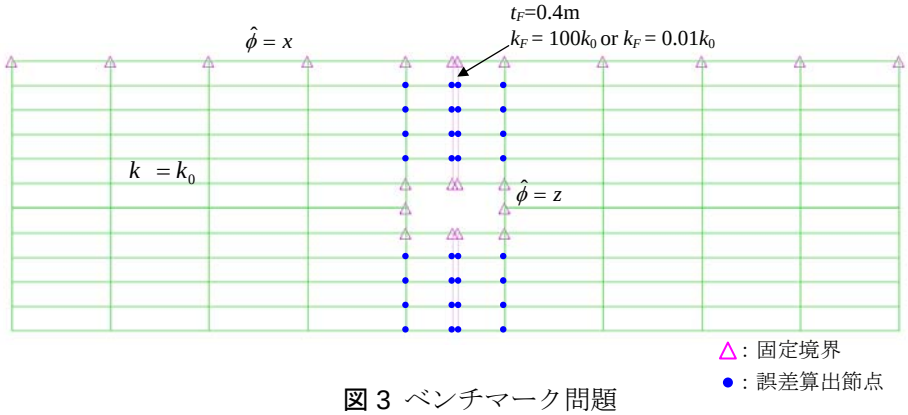


図 3 ベンチマーク問題

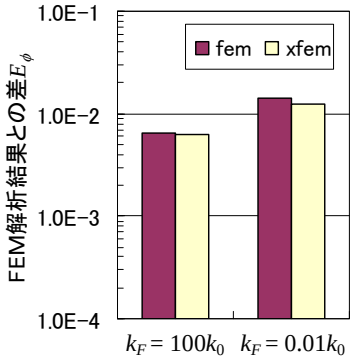


図 4 解析精度の比較

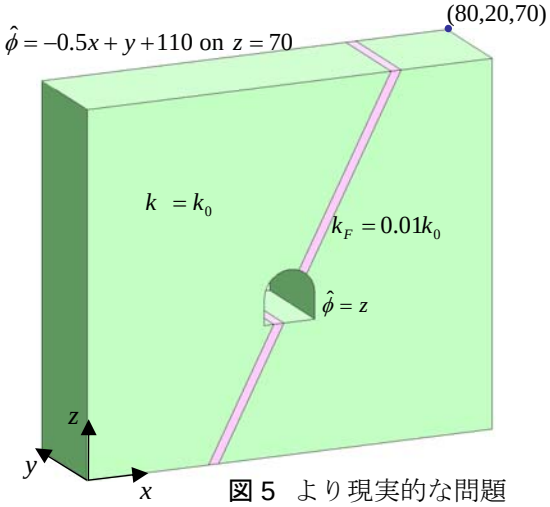


図 5 より現実的な問題

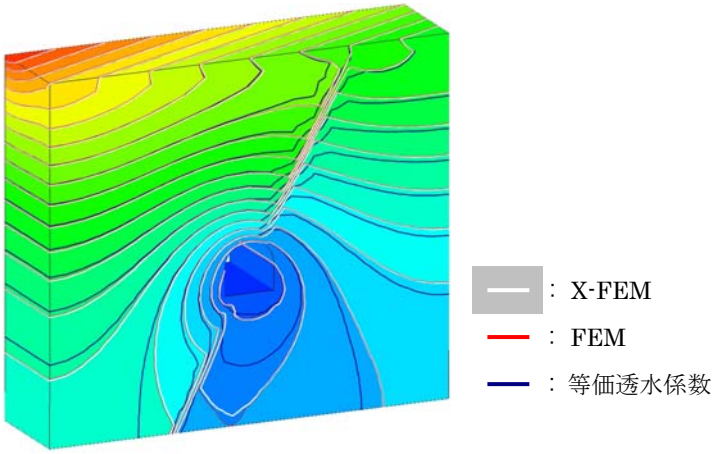
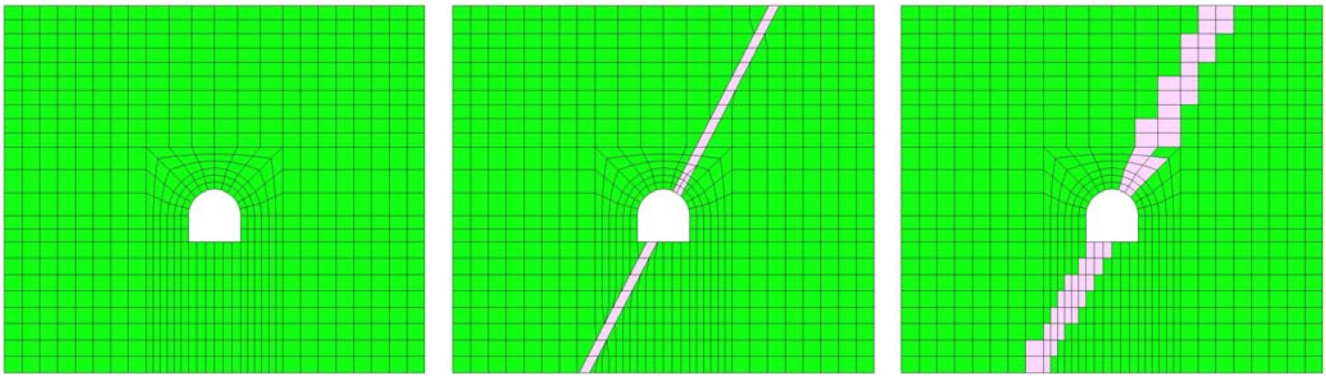


図 7 解析結果の比較



(a) X-FEM (b) FEM (c) 等価透水係数

図 6 解析メッシュ

$$k_{vs} = \frac{(t_v - t_f)k_0 + t_f k_f}{t_v} \qquad k_{vn} = \frac{t_v}{(t_v - t_f)/k_0 + t_f / k_f}$$

参考文献

1)櫻井・山田:拡張有限要素法による三次元地下水浸透流解析システムの開発,土木学会論文集 C, V.66-No.4, pp.684-694, 2010.