

四分木構造格子による局所的な高解像度格子を導入した 浅水流方程式の数値解析法

新潟大学大学院自然科学研究科 学生員○星野 剛
新潟大学災害・復興科学研究所 正員 安田 浩保

1. はじめに

近年、レーザーや超音波などのセンサ技術に応用した計測手法が急速に発達して、氾濫原、河道の平面形状および河床形状が高解像度の面的情報として取得されるようになってきた。すなわち、河道内地形の起伏をかなり忠実に捕捉した情報に基づく水理解析を実現できる段階にまで計測技術が進展してきている。このような面的情報を数値計算の特性を踏まえつつ効率的に活用するには、歪曲のない格子構成において必要領域のみ局所的に高解像化されることが理想的である。

本研究では、近い将来に数値的な水理解析の基礎情報の主流となると考えられる高解像度の面的情報を構造格子型計算法において効率的に活用するための格子構成法およびこれに基づく数値計算法について論じる。具体的には、四分木格子を導入することで境界適合や地形急変部などの必要領域においてのみの局所的な高解像度化が実現され、全体としては効率的な解析が可能であることを示す。

2. 四分木構造に基づく格子構成

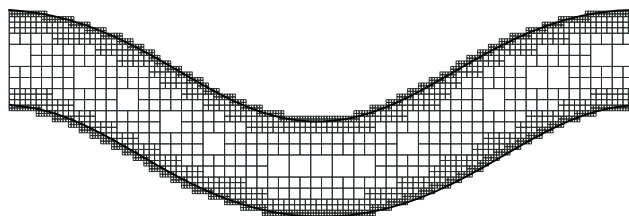
四分木構造とは2次元空間を再帰的に4つに分割した構造を指し、空間情報の観点では局所的に解像度を増減させることが可能な柔軟かつ効率的なデータ構造である。

図-1に四分木格子を用いて幾何形状を高解像度に表現した一例を示した。この図の例では、最も格子面積が大きいものを基準として、格子面積を $1/4^1$, $1/4^2$, $1/4^3$, と順に小さくした合計で4種類の大きさの格子を用いて幾何形状を表現している。この表記に従うと格子面積が最大のものは $1/4^0$ と書ける。以降、本論文ではべき乗の値を L として、各格子面積レベルをレベル0などと表記する。

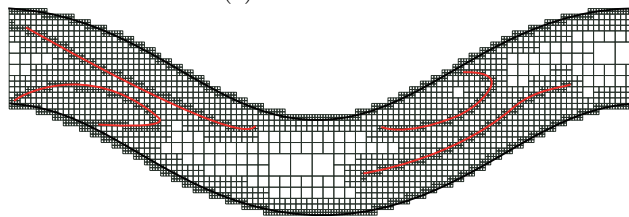
同図に示したように、一見すると四分木構造格子を用いた幾何形状の表現方法は複雑に思えるが、隣接する格子面積レベルは同一か±1の大きさの3パターンしか存在せず、格子構成は非常に規則的である。この規則性の高さから四分木構造を導入した格子生成は容易であり、本研究では格子生成の自動化手法を確立した。また、規則性が高いにも関わらず、格子構成は柔軟かつ効率的に行え、複雑な形状をした計算領域の境界適合、線状の内部境界などの表現、局所的な解像度の向上などが可能である。

3. 数値計算法

四分木構造格子における座標系は直交座標系で記述される。そのため、同一の格子面積レベル間では浅水流方程式をそのまま用いることが可能であり、座標変換による付加項は不要となる。また、同一格子面積レベル層の端点における計算では接続する格子面積レベルの水理情報を要するため、算術平均を用い、計算に必要な水理情



(a) 四分木構造格子



(b) 四分木構造格子 (内部分割線あり)

図-1 四分木構造に基づく格子構成

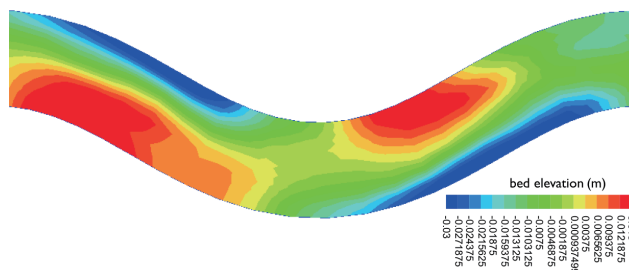


図-2 流路形状

表-1 水理実験の諸条件

$\tilde{L}$	$\tilde{B}$	θ_0	bed gradient	Q
220cm	30cm	30°	0.00333	1.87l/s

報を内挿した。

4. 流路蛇行に関する水理実験の再現計算

妥当性を検証するために実現象との比較を行う。ここでは、河川の本来的特徴である蛇行部における流況の面的な特性を把握することを目的に、以下に示した蛇行流路に対する室内実験を比較対象とした。

(1) 水理実験の概要

長谷川ら^{1),2)}は、蛇行流路における流れの性質を調べることを目的に蛇行流路の移動床実験を行った。彼らは、sine-generated curveの形状から成る水路を用いて種々の条件で実験を行った。

本研究では、このうち、表-1に示したME-2と呼ばれ

る実験の再現計算を行うことにした。ここに、 $\tilde{L}$ は蛇行長、 $\tilde{B}$ は流路幅、 θ_0 は蛇行角、また、同表中の Q は上流端から供給する定常流量である。彼らによると、表-1 の条件のもとで実験を実施した結果、実験開始から 240 分後に定常状態に達し、その時刻における河床形状が図-2 である。

四分木構造格子の計算特性を評価するために、この水理実験の再現計算を行った。四分木構造格子、一般座標系のいずれの再現計算に対してもこの定常状態における河床形状を固定床として与えた。

(2) 計算格子

四分木構造に基づく計算格子は図-1 a), b) に示す通り設定した。なお、図-1 a), b) は、四分木構造の特徴を文中でより明瞭に図示するために、実際の計算に用いた格子辺長の 1.5 倍程度の粗い格子での格子構成を示した。

図-1 a) に示した四分木構造の計算格子は、基本となるレベル 0 の格子を水平方向、鉛直方向ともに 5cm の正方向格子に設定した。境界部における最小格子はレベル 3 に設定し、辺長 0.625cm の格子で境界部を表現している。

図-1 b) は図-1 a) の計算格子に水路内の砂州や深掘れ部の鉛直起伏を忠実に計算へと反映するために、起伏変化の大きい箇所を線分として与え、前述の格子構成法に基づき格子分割を行った計算格子である。本研究ではこの線分を内部分割線と呼ぶこととする。

一方で、比較対象のために行った一般座標系の計算では実験水路を流下方向に 22 分割、横断方向に 10 分割した計算格子を用いた。

(3) 再現計算の結果

実験値および平面形状の高解像化を行った四分木構造格子、内部分割線を導入し、平面形状と鉛直起伏の高解像化を行った四分木構造格子、一般座標の計算結果を流線により図-3 に示した。図-3 a) に示した実験値から得られた流線には図中に着色した A) から D) に示す流れの特徴がある。

図-3 に示した実験値と計算結果を比較する。流線を比較するとどれも傾向は一致しており、流況を概ね再現していることがわかる。細部に着目すると (A) および (D) の砂州を迂回する流れはどの計算においても確認できるものの、受けている砂州の影響の度合いには違いが見て取れる。特に (d) の結果は砂州の影響を過大に評価していることがわかる。また、(b) と (c) では同様の計算法にも関わらず、砂州の影響が (c) の方が大きくなる興味深い結果が得られた。この結果については次節で詳述する。

全体的な四分木構造格子における計算結果は一般座標系によるものと同程度の再現性を示し、計算が妥当であることが確認できる。

(4) 局所的な高解像度化の影響

図-3 b) と図-3 c) を比較すると、図-3 c) は流路の内岸側に発達した砂州を迂回する流れがより明瞭に表現されている。これは図-1 a) と比べ、図-1 b) の格子構成がより河床の起伏を忠実に計算へと反映させていることを指し示している。つまり、河床起伏の大きい箇所においては図-1 b) のような局所的な高解像化が計算精度の向上に必要不可欠となる。

5. おわりに

本研究では四分木構造を導入した浅水流方程式の数値解析法を確立した。四分木構造は直交座標系を用いつつ

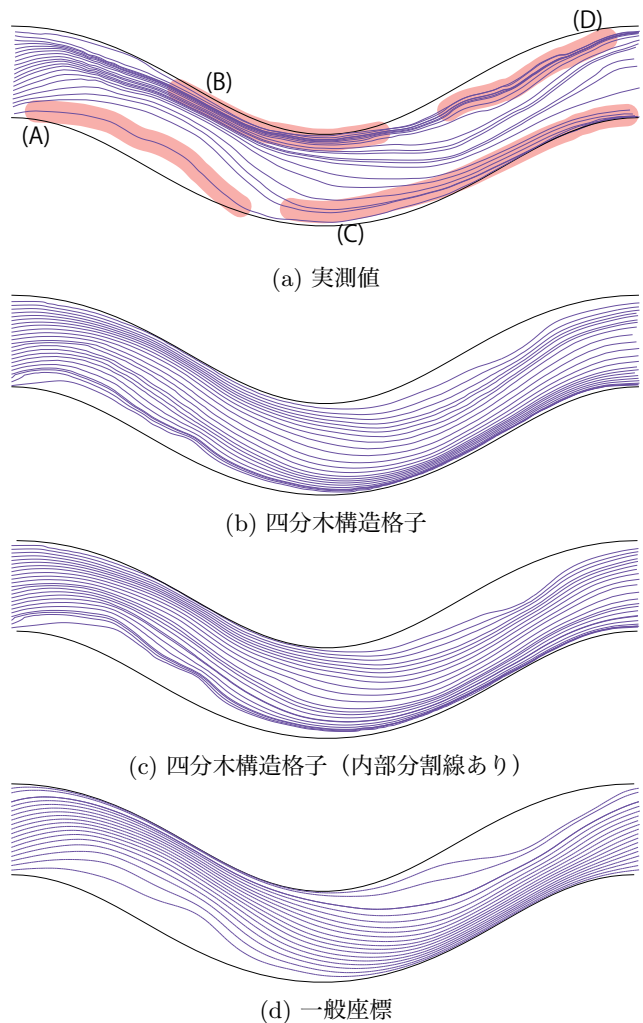


図-3 実験値と計算結果 (流線)

も非常に柔軟な境界適合を可能とする格子構成であり、直交座標系を用いていることでの利点として以下の 3 つがある。(1) 数値計算の精度において重要となる格子の直交性が保持されること、(2) 格子の歪曲を行わないため、方程式に付加項が不要となること、格子生成時に際しても交差角に対する配慮が不要であることから (3) 格子構成を一意に決定できる。

この計算法では局所的な高解像化を容易かつ任意に実現することが可能である。この特徴は、境界形状の適合の他に流水中に存在する構造物や中州などの不透過領域の解析への反映を飛躍的に簡便な手続きで実現することを意味している。それだけにとどまらず、河床形状の急変領域などの適切かつ効率的な解析の反映も同時に約束している。このような解析密度の向上は、今後主流となると考えられる面的な標高情報の計測技術と組み合わせることで精度向上に寄与するばかりか、計算結果の 2 次の利用においても非常に有益となると考えられる。

参考文献

- 1) 長谷川和義, 山岡勲, 田中直人: 蛇行蛇行の影響を受けた河床波の形状特性, 土木学会北海道支部論文報告集第 II 部, 第 38 号, 1982.
- 2) 長谷川和義, 山岡勲, 鈴木康正: 蛇行流路における河床波上の流れ, 土木学会北海道支部論文報告集第 II 部, 第 38 号, 1982.