

データ同化による氾濫計算の精度向上に関する研究

国土技術政策総合研究所危機管理技術研究センター水害研究室 正会員 伊藤弘之

1. はじめに

本論文では、浸水深観測ネットワークと氾濫計算を組み合わせることで観測データをシミュレーションに「同化」し、氾濫予測計算の精度を向上させる手法について提案する。実際の氾濫計算において再現性に大きく影響する要因が流入条件であると考え、本検討においては「データ同化」による流入条件の補正と氾濫現象の再現性の向上の問題を取り上げる。本検討はより実用的なリアルタイム氾濫シミュレーションの構築を目指す研究の一環であり、今回は非線形の氾濫モデルに係わるアジョイント式を導出するとともに、数値実験を通じて氾濫計算におけるアジョイント法の効果について検証した。

2. 氾濫方程式の基礎式

本検討で使用する氾濫計算モデルの基礎式は以下の通りである。本モデルの構築に当たっては、道路等の形状やその周囲の土地利用、建築物の配置等の条件を反映できるように、これらの影響を透過率等として考慮した基礎方程式(1)を用いた。

$$\partial U / \partial t + B(U) \partial U / \partial x + C(U) \partial U / \partial y + S + T(U) = 0 \quad (1)$$

$$B = \begin{pmatrix} u/t_x & 0 & gt_x \\ 0 & u/t_x & 0 \\ h/r & 0 & u/r \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} v/t_y & 0 & 0 \\ 0 & v/t_y & gt_y \\ 0 & h/r & v/r \end{pmatrix}$$

$$S = \begin{pmatrix} gt_x \partial z / \partial x \\ gt_y \partial z / \partial y \\ -Q/r \end{pmatrix} \quad T = \begin{pmatrix} gn^2 u q / h^{4/3} + C_D u q \\ gn^2 v q / h^{4/3} + C_D v q \\ 0 \end{pmatrix}$$

ここで、 $U(x,y,t)=(u,v,h)^T$ 、 u,v,h ：x方向流速、y方向流速、水深、 z ：地盤高、 t_x, t_y, r ：x方向透過率、y方向透過率、空隙率、 n ：粗度係数、 Q ：降雨・浸透等、 $q=\sqrt{(u/t_x)^2+(v/t_y)^2}$ を示す。また、 T の第2項は家屋密集地等を通る際の抗力項であり、 C_D は抗力係数である。境界条件については、氾濫流が境界に達しない範囲で計算を行うことにより、計算領域 D の境界 ∂D は流入境界 ∂D_1 、壁境界 ∂D_2 、遠方境界 ∂D_3 により構成される。

$$U(x,y,t) = U_b(x,y,t) \quad \text{on } \partial D_1 \quad (2)$$

$$u_N = n_x u + n_y v = 0 \quad \text{on } \partial D_2 \quad (3)$$

(n_x, n_y) ：境界における法線方向ベクトル

$$U(x,y,t=0) = 0 \quad \text{on } \partial D_3 \quad (4)$$

3. アジョイント方程式の誘導

2. で示した氾濫計算モデルより、未定乗数法を用いてアジョイント方程式を導出する。ここで J は評価関数であり、観測地点における計算結果と観測値の2乗誤差の積分値とした。また L はラグランジュ式であり、氾濫計算モデルとの整合性を確保しながら流入条件を操作し、評価関数の最小化を図る。

$$J = \int_D [\Sigma_k (U - U_o)^T K (U - U_o) \delta(x - x_k) \delta(y - y_k)] \quad (5)$$

$$L = J - \int_D [\lambda, \partial U / \partial t + B(U) \partial U / \partial x + C(U) \partial U / \partial y + S + T(U) - da] dt \quad (6)$$

U ：計算値、 U_o ：観測値、 (x_k, y_k) は観測地点の座標、 K は重み行列、 $da = dx dy$ で領域 j 上の面積分、 ds は領域境界の線積分、 $<, >$ は内積、 T は転置行列を意味する。 $\lambda = (\lambda_u, \lambda_v, \lambda_h)$ は未定乗数であり、 $U(u,v,h)$ に対応する。 L の δU に対する変分を展開すると下記となる。式(8)～(10)より λ を解き、式(11)に代入することにより入力条件の補正方向が得られる。

$$\delta L = \int_D [\langle \Sigma_k 2(U - U_o) \delta(x - x_k) \delta(y - y_k) - \{ \partial \lambda / \partial t + B^T \partial \lambda / \partial x + C^T \partial \lambda / \partial y + (\partial E^T / \partial x + \partial F^T / \partial y - \partial T^T / \partial U) \lambda \} \delta U \rangle] da dt$$

$$+ \int_D \{ \langle \lambda(t=T), \delta U(t=T) \rangle - \langle \lambda(t=0), \delta U(t=0) \rangle \} da$$

$$+ \int_{\partial D_2} \int_t \langle n_x B^T \lambda - n_y C^T \lambda, \delta U \rangle dt ds$$

$$+ \int_{\partial D_3} \int_t \langle n_x B^T \lambda - n_y C^T \lambda, \delta U \rangle dt ds$$

$$+ \int_{\partial D_1} \int_t \langle n_x B^T \lambda - n_y C^T \lambda, \delta U \rangle dt ds \quad (7)$$

$$\partial \lambda / \partial t + B^T \partial \lambda / \partial x + C^T \partial \lambda / \partial y + (\partial E^T / \partial x + \partial F^T / \partial y - \partial T^T / \partial U) \lambda = \Sigma_k 2K(U - U_o) \delta(x - x_k) \delta(y - y_k) \quad (8)$$

$$E = \begin{pmatrix} 0 & 0 & gt_x \\ -v/t_x & u/t_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad F = \begin{pmatrix} v/t_y & -u/t_y & 0 \\ 0 & 0 & gt_y \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\partial T^T / \partial U = \begin{pmatrix} gn^2 \{ (u/t_x)^2 / q + q \} / h^{4/3} & gn^2 (uv/t_y^2) / (qh^{4/3}) & -4/3 gn^2 u q / h^{7/3} \\ +C_D \{ (u/t_x)^2 / q + q \}, & +C_D (uv/t_y^2) / q, & \\ gn^2 (uv/t_x^2) / (qh^{4/3}) & gn^2 \{ (u/t_y)^2 / q + q \} / h^{4/3} & -4/3 gn^2 v q / h^{7/3} \\ +C_D (uv/t_x^2) / q, & +C_D \{ (u/t_y)^2 / q + q \}, & \\ 0 & , & 0 & , & 0 \end{pmatrix}$$

キーワード アジョイント法、氾濫方程式、数値実験、リアルタイム氾濫シミュレーション

連絡先 〒305-0804 茨城県つくば市旭1番地 国総研水害研究室 TEL029-864-2932

$$\lambda(t=T)=0 \quad \text{on } D \quad (9)$$

$$n_x \lambda_u + n_y \lambda_v = 0 \quad \text{on } \partial D_2 \quad (10)$$

$$-\delta L / \delta U_b = (n_x B^T - n_y C^T) \lambda \quad \text{on } \partial D_1 \quad (11)$$

4. 数値実験と結果

本方式による氾濫方程式の精度向上機能を評価するため、同一の氾濫計算モデルから、真値と仮想値の流入条件による氾濫を再現し、真値による氾濫結果より仮想の流入条件を補正する。氾濫計算モデルについては式(1)をGLS方式のガラーキン型有限要素法で離散化したものを用いた。また、アジョイント方程式(8)についてはガラーキン型有限要素法で離散化した。計算領域の条件は図-1の通り、時間間隔は0.01s、計算時間は15sとした。流入条件の最適化については、共役勾配法と二分除法を繰り返し適用した。数値実験の条件は表-1の3通りである。

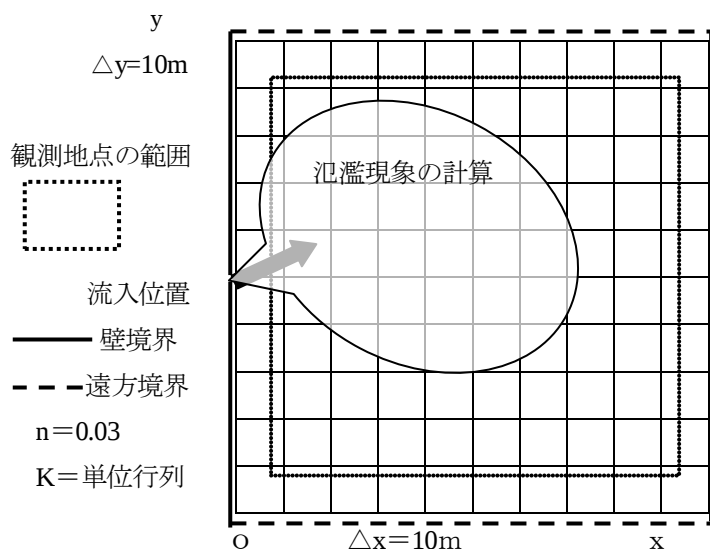


図-1 計算領域の条件

表-1 計算条件

	真値	仮想値
case1	$u=2.7\text{m/s}, v=0, h=1.5\text{m}$	$u=5.42\text{m/s}, v=0, h=1.5\text{m}$
case2	$u=v=3.83\text{m/s}, h=1.5\text{m}$	$u=5.42\text{m/s}, v=0, h=1.5\text{m}$
case3	$u=5.42\text{m/s}, v=0, h=1\text{m}$	$u=5.42\text{m/s}, v=0, h=1.5\text{m}$

評価関数値と繰り返し回数を図-2に、補正の前後における氾濫計算の結果を図-3に示す。いずれの条件においても流入条件の補正が図られており、非線形の二次元氾濫方程式においてもアジョイント法が有効であることが分かる。ただし、一次元的に水位や流速の補正を試みたcase1、case3に比べて、流入方向の補正を試みたcase2では相対的に収束の効率や氾濫状況の再現性が低い結果となった。この点については、逆計算における氾濫方程式の線形化等により改善できる可能性がある。

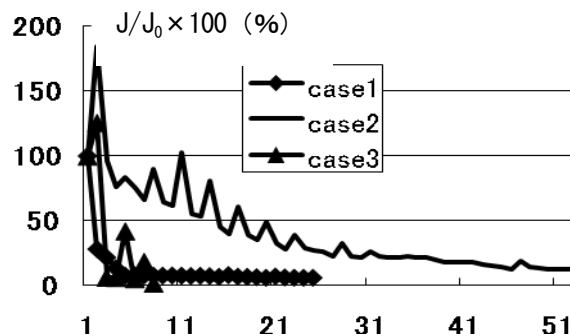


図-2 評価関数の収束結果

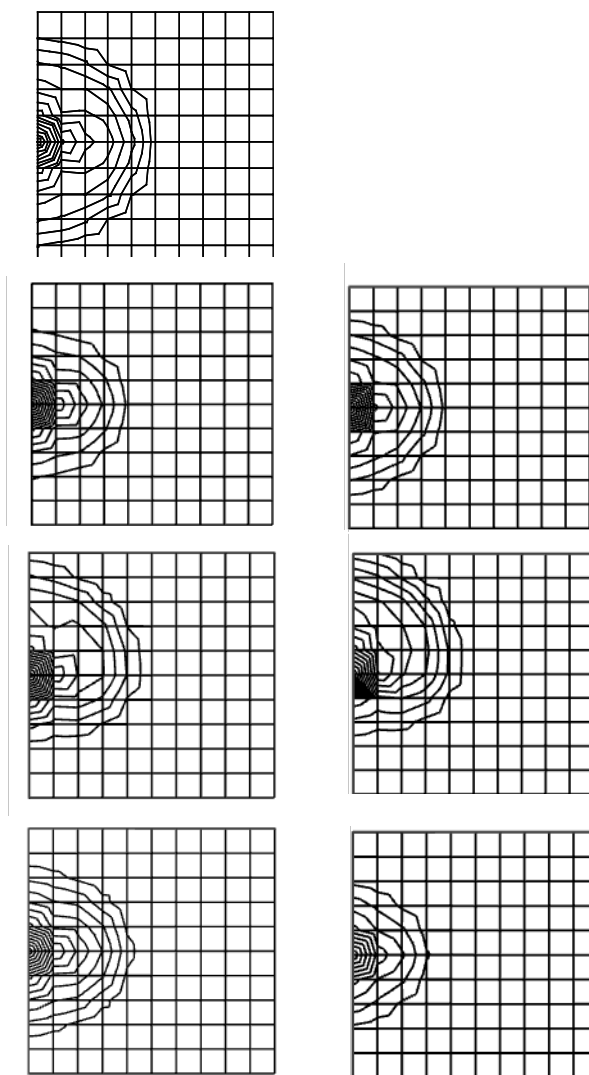


図-3 浸水深の再現(最上段が仮想値による浸水深、以下、上段からcase1, 2, 3、左:補正結果、右:真値)

参考文献

- 1) 淡路敏之、蒲地政文、池田元美、石川洋一：データ同化一観測・実験とモデルを融合するイノベーション、京都大学学術出版会、2009.
- 2) 日本計算工学会流れの有限要素法研究委員会：続・有限要素法による流れのシミュレーション、シュプリンガー・ジャパン、2008.