円筒シェル理論を用いた弾性体中多層カーボンナノチューブの座屈解析

 北海道大学大学院工学院
 学生員
 〇池田
 哲郎

 北海道大学大学院工学研究院
 正会員
 佐藤
 太裕

 北海道大学大学院工学研究院
 島
 弘幸

1. はじめに

カーボンナノチューブ(Carbon Nanotube, 以下 CNT) とは、炭素原子が蜂の巣状の六員環ネットワークが連 なり、形成された層(グラフェンシート)が丸まり、単 層または多層の円筒状として構成される物質である. 様々な特性を持っており、軽くて丈夫かつ非常にしな やかという力学的特性の他にも、高い電気伝導性、熱 伝導性を保持しており、また、中空形状をしているた め、現在、スポーツ製品や携帯電話の電子材料など 様々な分野でされている.また,航空宇宙の材料など の従来物質に取って代わる物質として期待され、現在 でも世界中で様々な研究が進められている¹⁾.本研究で は,原子数が非常に大きくなる多層カーボンナノチュ ーブ (Multi-Walled Carbon Nanotubes, 以下 MWCNT)の 解析においてよく用いられる円筒シェル理論について、 その適用妥当性を検証することを目的としている. ま た、その円筒シェル理論を用いて、弾性体中に存在す る MWCNT の座屈挙動を解析することを試みた.

2. 解析モデル



図-1 は解析対象とする CNT のモデル図を示したも のである. N層の MWCNT (ヤング係数 E, ポアソン比 v, 層厚h, i層における半径 a_i , 弾性体のヤング係数 E_c , ポアソン比 v_c)を円筒シェルとしてモデル化し, 半径方向に対し圧力が作用する状態を考える. CNT は 径に対し非常に長い構造であることから平面ひずみ状 態であることを仮定し, 径に対し非常に薄いとして薄 肉理論を採用する.

 図-2は van del Waals(vdW)力のイメージ図である.
 i 層目に位置する炭素原子に注目すると、炭素原子に働く vdW 力は近接する層の全ての炭素原子に分子間力が 働き、影響を与え合う.この vdW 力を層ごとに層全体 で積分し、出てきた半径方向の力を仮のバネに働く力 と見立てる.

3. 定式化

この場合の MWCNT の全ポテンシャルエネルギーは

 $U = U[u_i, v_i, p] = U_M + U_B + \Omega + U_C + U_I$ (1) で表され、円周方向の伸びによるエネルギー U_M と曲げ によるエネルギー U_B , 外圧力 pによるエネルギー Ω 、 弾性体から受ける力によるエネルギー U_C および近接 する層間に作用する vdW 力によるエネルギー U_I の総 和として表すことができる. それぞれのエネルギーは 文献 2)、3)より、以下のように表す事が出来る.

$$U_{M} = \sum_{i=1}^{N} \frac{\alpha_{i} a_{i}^{2}}{2} \int_{0}^{2\pi} \left[\frac{v_{i}' + u_{i}}{a_{i}} + \frac{1}{2} \left(\frac{v_{i} - u_{i}'}{a_{i}} \right)^{2} \right]^{2} d\theta$$
(2)

$$U_{B} = \sum_{i=1}^{N} \frac{\beta_{i} a_{i}^{4}}{2} \left(\frac{v_{i}^{'} - u_{i}^{''}}{a_{i}^{2}} \right)^{2} d\theta$$
(3)

$$\Omega = p \int_0^{2\pi} \left[u_N a_N + \frac{v_N^2 - u_N' v_N + u_N v_N' + u_N^2}{2} \right] d\theta \qquad (4)$$

$$U_{I} = \sum_{i=1}^{N-1} \frac{c_{i,i+1}[(a_{i}+a_{i+1})/2]}{2} \int_{0}^{2\pi} (u_{i}-u_{i+1})^{2} d\theta$$
(5)

$$U_{C} = -\frac{1}{2}a_{2}\int_{0}^{2\pi} (\sigma_{r}u_{2} + \tau_{r\theta}v_{2})d\theta$$
 (6)

ここで, $v' = dv/d\theta$ を表しており,他の導関数についても同様である.上記の過程により得られたポテンシ

キーワード カーボンナノチューブ,多層,弾性体,座屈,円筒シェル理論,連続体近似 連絡先 〒060-8628 北海道札幌市北区北13条西8丁目 北海道大学大学院工学研究院 TEL011-706-6176

-636

ャルエネルギーに変分原理を適用することによって座 屈現象に対応する支配方程式を得ることが出来る. そ の支配方程式に対し, 座屈後の変位を座屈形状の波数 nを用いて表す.

$v_i = B_i \sin n\theta$		(7)
$u_i = C_i \cos n\theta$		

これを支配方程式に代入することにより、以下の代数 方程式を得られる.

$\mathbf{V}\mathbf{u} = 0$	(8)
これより座屈荷重は次式により得られる.	
$det(\mathbf{V}) = 0$	(9)

4. 解析結果

図-3は20層 CNT における原子モデル⁴⁾と連続体モ デルの座屈荷重を比較したグラフである. 内径が小さ い時は座屈荷重に差が見られるが、内径が大きい時は ほぼ一致しているのが見てわかる.この結果から内径 が極めて小さい特別な場合以外では円筒シェル理論の 妥当性が確認されたといえる.

図-4 は $E_C/E = 0.1$, $v_C = 0.149$ での内層, 内径を変 化させた座屈荷重のグラフである. このグラフでは層 数が増えるにつれ、座屈荷重は一定の値に収束してい るのがわかる.また、N=5~10にかけて,座屈荷重変 化の境界が出来ているのがわかる.この山を境に、座 屈形状に変化が見られることがわかった.

図-5 はその座屈形状の例である. N=5では内層が 波状に座屈しているが、N=30では内層は円形に保た れている.これは半径方向の相対的な硬さの差に起因 する.半径方向の硬さは CNT の中心からの距離に依存 し、内層ほど硬くなる.しかし、弾性体のヤング率が 大きく層数が少ない場合,外層が拘束され、内層が波 状に変形する.層数がある程度増えると、内層も本来 のとおり円形を維持しつつ座屈することがわかった.

5. まとめ

本研究から以下の知見が得られた.

- 内径が極めて小さい限られた条件以外では、円筒 シェル理論を用いることの妥当性が確認できた.
- ・ 弾性体のヤング率が増加すると、座屈荷重は増加 し, 座屈形状は周りに弾性体が無い時と比べ, 多様 化する事が分かった.

参考文献

1) 次世代構造材料の最新技術 -社会・産業へのインパ クトー,シーエムシー出版,2008

2) H. Shima, S. Ghosh, M. Arroyo, K. Iiboshi, M. Sato:





Thin-shell theory based analysis of radially pressurized multiwall carbon nanotubes, Computational Materials Science accepted.

3) James G.A. Croll: Buckling of cylindrical tunnel liners: Journal of Engineering Mechanics, pp.333-341, 2001

4) M. Rahimi, M. Arroyo, H. Shima and M. Sato, unpublished.