# 固定面と自由面を有する厚肉平板の変形及び応力分布特性

大分工業高等専門学校	正	숲	員	〇名	「木」	纾 晴	暢
大同大学	正	会	員	オ	く澤	富	作
北海道大学大学院	フェ	ロー会	会員	Ξ	<u> </u>	F	隆

# 1. まえがき

平板は,種々の工学分野で用いられる基本的な構造 要素の一つである.構造技術の進歩に伴い,構造物は 大型化の傾向にあり,比較的厚肉な平板が用いられて いる.従って,厚肉平板の静力学的特性(変位や応力分 布性状)を正確に把握することは重要である.

厚肉平板の曲げ問題では、板厚の増大に伴い、面外 せん断変形の影響や板厚方向の応力成分が無視できな くなる.よって、これらの影響を厳密に考慮すること ができる三次元弾性論に基づく解析が不可欠になる.

厚肉平板の三次元応力解析に関する既往の研究では, 支持条件が周面単純支持に限定されており,固定面や 自由面を取り扱った報告は少なく,その静力学的特性 が十分に解明されているとは言い難い.

本論文では、B-spline Ritz 法を用いて、固定面や自 由面を有する厚肉平板の三次元応力解析とひずみエネ ルギー解析を行い、その静力学的特性に与える支持条 件の影響を明らかにすることを目的としている.

# 2. B-spline Ritz 法による厚肉平板の曲げ問題の定式化

図-1には、面外荷重を受ける厚肉平板と直交座標系 が示してある.ここで、三次元弾性論に従う等質かつ 等方的な厚肉平板は、微小変形かつ線形弾性であると する.また、板上面に作用する面外分布荷重は表面力 として考慮し、自重の影響は物体力で評価する.

厚肉平板の曲げ問題の定式化にあたり,次式のよう な無次元座標系を導入する.

 $\xi = x/a, \quad \eta = y/b, \quad \zeta = z/h$  (1) 無次元変位 U = u/a, V = v/a, W = w/a は, B-spline 関数の三重積で仮定する<sup>1)</sup>.

 $\overline{U}$ を平板のひずみエネルギー, $\overline{V}$ を物体力と表面力 の外力ポテンシャルとすれば,厚肉平板の汎関数Пは,  $\Pi = \overline{U} - \overline{V}$ で表される.よって,汎関数Пを極値化す れば,次式のような代数方程式を得る.



$$[K]{\Delta} = {f}$$
(3)

ただし, [K]は剛性行列, {f}は外力ベクトルであり, {Δ}は未定係数ベクトルである.よって,式(3)を解け ば,変位,応力やひずみエネルギーが求められる.

#### 3. 数値計算例及び考察

ここでは、厚肉平板の三次元応力解析とひずみエネ ルギー解析を行い、その静力学的特性に与える支持条 件の影響について明らかにする.数値計算では、b/a =1、ポアソン比v=0.3、spline 次数 $\xi \times \eta \times \zeta = 4 \times 4 \times 3$ を用い、区分点は不等間隔配置<sup>1)</sup>とした.

表-1には、板上下面で全面等分布荷重( $q_0$ /2)を受け る周面固定厚肉平板(h/a = 0.2)の中央点( $\xi = \eta = 0.5$ )で の変位と応力の収束性及び既往の数値解との比較が示 してある.ここで、表中の $m_{\xi} \times m_{\eta} \times m_{\zeta}$ は、解析領域 に配置する $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\zeta$ 方向の点の数を意味し、また、解析 解<sup>2)</sup>や有限要素法<sup>3),4</sup>, DQ法<sup>3</sup>, MLPG法<sup>4)</sup>による数 値解も併記した.これより、本解析法により求めた変 位と応力の値は区分点の増大に伴い収束値を得ており、 これは既往の数値解とも良く一致している.よって、 本解析法の数値解の妥当性が確認でき、また、それは ベンチマークテストに耐えうる高精度な結果であると 判断できよう.

図-2には、板上面で全面等分布荷重 q<sub>0</sub>を受ける平板のひずみエネルギーに与える h/a と支持条件の影響

キーワード 厚肉平板,三次元応力解析,ひずみエネルギー解析,弾性論,B-spline Ritz 法 連絡先 〒870-0152 大分市大字牧 1666 番地 大分工業高等専門学校 TEL: 097-552-7691



表-1 板上下面で全面等分布荷重を受ける周面固定厚肉平板の変位と応力の収束性及び既往の数値解との比較



が示してある.ここで、 $U_b$ 、 $U_s$ 、 $U_z$ は、それぞれ、曲 げ変形、面外せん断変形、面外伸縮変形に関するひず みエネルギーであり、また、SSSS、CCCC、CCFFは、 それぞれ、周面単純支持、周面固定、相対二面固定他 二面自由を意味する.これより、CCCCは、SSSSより も曲げ変形成分が小さくなるが、面外せん断変形成分 と面外伸縮変形成分は大きくなっている.

続いて、図-3には、板上面で全面等分布荷重 $q_0$ を受 ける厚肉平板(h/a = 0.5)の中央点( $\xi = \eta = 0.5$ )での応力  $\sigma_x$ ,  $\sigma_z$ 分布と偏心位置( $\xi = \eta = 0.25$ )での応力 $\tau_{ex}$ 分布に与 える支持条件の影響が示してある.これより、CCCC は、SSSSよりも $\sigma_x$ (曲げ応力)が小さくなる.また、中 立面の位置が下方に移動しており、圧縮応力が支配的 である.ここで、最大面外せん断応力 $\tau_{ex, max}$ と最大圧 縮応力 $\sigma_{x, max}$ との比を取ると、SSSS は 0.2 であるのに 対し、CCCC は 0.3 である.また、最大伸縮応力 $\sigma_{z, max}$  と最大圧縮応力 $\sigma_{x, max}$ との比を取ると、SSSS は 0.7 で あるのに対し、CCCC は 0.9 である.以上より、拘束 が大きい厚肉平板では、面外方向の変形(面外せん断変 形や面外伸縮変形)の影響が現れ易くなる.

### 4. まとめ

本論文では、固定面が多く拘束が大きい厚肉平板で は、面外方向の変形の影響が現れ易くなることを明ら かにした.なお、自由面を有する厚肉平板の変形及び 応力分布特性については、当日報告する.

## 参考文献

- 1) Nagino et al.: J. Sound Vib., pp.329-353, 2008.
- 2) Srinivas and Rao: J. Appl. Mech., pp.298-299, 1973.
- 3) Liew et al.: Int. J. Mech. Sci. Vol.43, 2001.
- 4) Vaghefi et al.: J. Mech. Eng. Sci., pp.1983-1996, 2008