

線材置換による異方性膜構造の大変形解析に関する研究

佐賀大学 学生会員 木戸弘大, 濱川修

正会員 井嶋克志, 帯屋洋之, 川崎徳明

1. まえがき

膜構造物は張力によってその形態を維持し、張力の変化によりその釣合形状も大きく変わるため、仮設時だけでなく完成後の荷重解析にも有限変位解析が必要となる。著者らは線材置換による曲げ剛性ゼロの非抗圧膜モデルを提案し、これを用いた膜構造の大変形解析に関する研究を行ってきた。この非抗圧モデルは弾性定ひずみ要素の剛性に等価な線材ユニットを構成し、全線材を双曲線軸力材とすることにより単一解が保証される張力場解析が可能になる。この手法は様々な膜構造解析に適用でき、バイリニア応力ひずみ式に基づく定ひずみ要素よりも安定かつ少ない計算によって解を求めることができる。ただし、これまで研究を行ってきた膜構造は全て等方性膜材を用いたものであり、土木・建築用膜材はポリエステルやガラス繊維などの織布にコーティングを施した直交異方性材料が一般的である。したがって、本研究は直交異方性膜材の線材置換法を開発するものである。

2. 直交異方性三角形定ひずみ要素

直交異方軸を図-2 のように u , v とすると異方軸方向における直交異方性膜の応力ひずみ式は次式で表される。

$$\begin{Bmatrix} \sigma_u \\ \sigma_v \\ \tau_{uv} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E_u/(1-\nu_u\nu_v) & \nu_u E_u/(1-\nu_u\nu_v) & 0 \\ \nu_u E_v/(1-\nu_u\nu_v) & E_v/(1-\nu_u\nu_v) & 0 \\ 0 & 0 & G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_u \\ \varepsilon_v \\ \gamma_{uv} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

ここに、 G : せん断弾性係数、 E_u , E_v : 各異方軸方向のヤング率、 ν_u , ν_v : 各異方軸方向のポアソン比である。

この応力ひずみ式を三角形定ひずみ要素に適用すると、各辺の伸びと辺方向要素端力の剛性方程式は次式で表される。

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{Bmatrix} = A \bullet t \bullet \mathbf{a} \bullet \mathbf{E}_x \bullet \mathbf{a}^T \begin{Bmatrix} \Delta l_1 \\ \Delta l_2 \\ \Delta l_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ & K_{22} & K_{23} \\ sym. & & K_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta l_1 \\ \Delta l_2 \\ \Delta l_3 \end{Bmatrix} \quad (2)$$

ここに、 A : 無応力時要素面積、 t : 膜厚、 $\mathbf{E}_x$: 各異方軸方向のヤング率、 ω : 直交異方軸と三角形定ひずみ要素の基準辺とのなす角、及び G : せん断弾性係数によって表される直交異方性の項である。

3. 線材置換時における等方性と異方性の差異

等方性三角形定ひずみ要素（以下、等方性要素と呼ぶ）と直交異方性三角形定ひずみ要素（以下、直交異方性要素と呼ぶ）を線材ユニットに置換する。この線材ユニットは図-3 のように要素の辺を構成する3本の主材と要素頂点から射出する3本の副材からなるもので、三角形定ひずみ要素の剛性方程式(2)とひずみエネルギー等価な剛性方程式(3a)を持つ。ただし、 θ_n : 頂点 n の内角、 k_1 , k_2 , k_3 : 主材の伸び剛度、 k_s : 副材の伸び剛度とする。

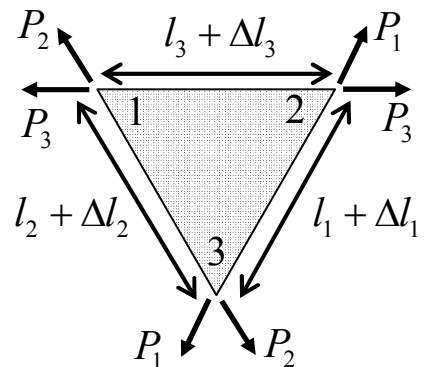


図-1 三角形定ひずみ要素

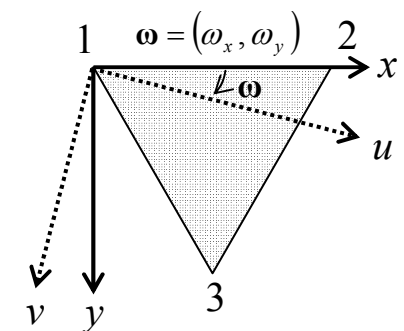


図-2 直交異方軸と三角形定ひずみ要素

キーワード：膜構造, 直交異方性, 線材置換, 非抗圧モデル

〒840-8502 佐賀市本庄1 佐賀大学大学院工学系研究科都市工学専攻 TEL0952-28-8579

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 + k_s / (F h_1^2) & k_s / (F h_1 h_2) & k_s / (F h_1 h_3) \\ & k_2 + k_s / (F h_2^2) & k_s / (F h_2 h_3) \\ \text{sym.} & & k_3 + k_s / (F h_3^2) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta l_1 \\ \Delta l_2 \\ \Delta l_3 \end{Bmatrix} \quad (3a)$$

$$F = 2 \left\{ 1/h_1^2 + 1/h_2^2 + 1/h_3^2 + (h_1 \cos \theta_1 + h_2 \cos \theta_2 + h_3 \cos \theta_3) / (h_1 h_2 h_3) \right\} \quad (3b)$$

等方性要素, 直交異方性要素共に膜厚 1mm , 1辺 1m の正三角形とし, 等方性要素の材料定数を $E_u = E_v = 800\text{MPa}$, $\nu_u = \nu_v = 0.35$ と設定し, 直交異方性要素の材料定数を $E_u = 670\text{MPa}$, $E_v = 800\text{MPa}$, $\nu_u = 0.35$, $\nu_v = 0.42$ と設定し線材置換を行った.

置換後の線材ユニットを図-4, 5に示す. 図-4, 5の比較から, 直交異方性要素では副材の結合する点が偏っており, 直交異方性の特徴を見る事が出来る. また, この直交異方性要素の異方軸を回転させ, 副材の結合点の軌跡を辿ると図-6が得られ, 異方軸の回転が線材ユニットの形状に大きな影響を与えている事がわかる.

図-7はこの直交異方性要素及び線材ユニットの頂点2, 3を固定し, 頂点1に v 軸方向の強制変位を与えた時の強制変位と v 軸方向要素端力の関係を示したものである. 緊張時には直交異方性要素と線材ユニットの要素端力は殆ど一致し, 弛緩時には線材ユニットの要素端力はゼロに漸近している事がわかる.

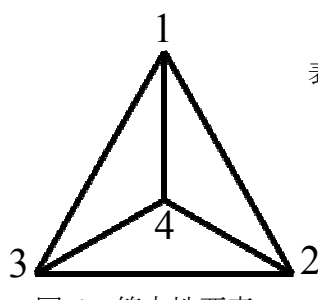


図-4 等方性要素の線材ユニット

表-1 伸び剛度

	$k\text{N/m}$
k_1	342.1
k_2	342.1
k_3	342.1
k_s	39.5

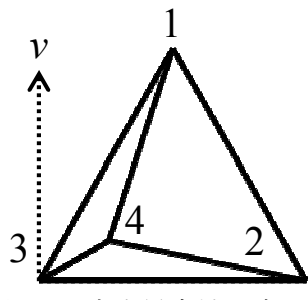


図-5 直交異方性要素 ($\omega=0^\circ$) の線材ユニット

表-2 伸び剛度

	$k\text{N/m}$
k_1	304.9
k_2	304.9
k_3	289.5
k_s	149.9

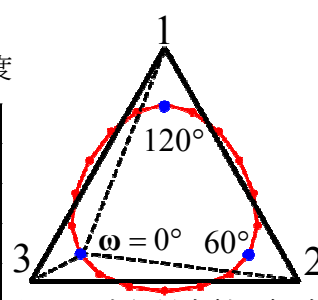


図-6 直行異方軸回転時の結合点の軌跡

4. 直交異方性膜構造物の大変位計算例

直交異方性要素を用いた膜構造物の解析例を図-8に示す. この解析は $10\text{m} \times 20\text{m}$ の矩形膜の左右両辺を固定し吊るした状態, 図-8(a)を初期状態とし, 図中2節点を矢印方向に強制変位を与えていったものである. 構造系全体における直交異方性要素の影響は応力には表れていたが, 変形状態においては等方性要素を用いた場合とさほど変わりがなく強い影響は表れなかった. 講演時には大変位解析時における直交異方性要素の影響について説明する予定である.

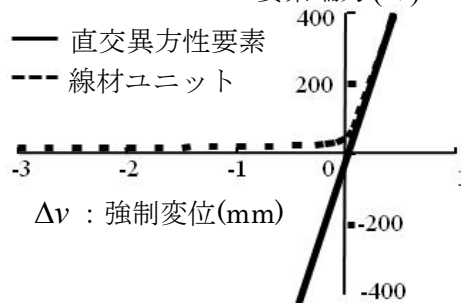
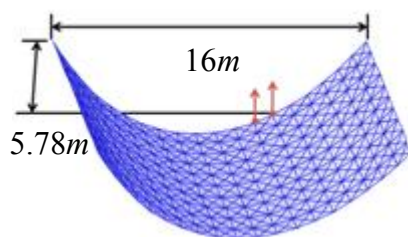
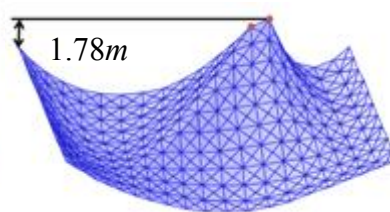


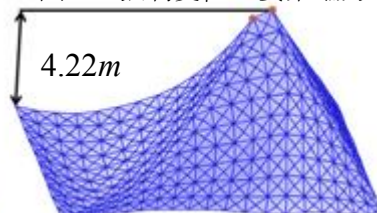
図-7 強制変位と要素端力の関係



(a)初期状態



(b)強制変位 6m 作用時



(c)強制変位 10m 作用時

図-8 吊り下げられた矩形膜の有限変位解析

参考文献: 1)井嶋克志, 帯屋洋之, 川崎徳明: 線材置換を用いた張力場理論による膜構造の有限変位応答に関する考察, 構造工学論文集, Vol.55A, pp.11-22, 2009