

車両応答のみを用いた橋梁モード形状の推定手法

京都大学工学部 学生員 ○山本 亨輔
 京都大学工学研究科 正会員 大島 義信
 京都大学工学研究科 正会員 杉浦 邦征
 京都大学工学研究科 正会員 河野 広隆

1. 研究背景

膨大な数の橋梁を効率良く維持管理するためには、一律に橋梁の点検を実施するのではなく、大まかに橋梁の状態を把握した上で、損傷の可能性のある橋梁に対してのみ順次詳細点検を実施して行くといった方策が必要である。このようなスクリーニング技術を実現するためには、簡易かつ迅速に橋梁の状態を把握できる技術が望ましい。この一つとして、車両応答から間接的に橋梁振動を評価する方法が考えられる。

ここでは、車両応答のみに基づいて橋梁のモード形状を推定する手法に着目する。本手法は計測車以外に、未知の車両が走行しているような場合であっても、適用可能であることから、重量車が計測台車を牽引している場合を想定し、モード形状の推定の可能性について検討する。

2. モード形状推定手法

本手法では、橋梁のモード形状を推定するために、等間隔に配置した4台以上の計測台車が必要である。計測台車のバネ下には加速度計とレーザー変位計を設置し、これによりバネ下の加速度とバネ下—路面間の相対変位を計測する。計測データは以下に示す4つのステップにより、橋梁のモード形状推定値に変換することが出来る。

- 1) 計測したバネ下の加速度応答を数値積分し、変位応答に変換する。路面との相対変位も同時に計測しているので両者を差し引くことで、車両に入力された強制変位を得る。
- 2) 1)で求めた強制変位について、計測台車間の差を求める。ただし、計測台車がそれぞれ同じ位置にある時の値を差し引く。これにより、路面凹凸成分を除去することが出来る。
- 3) 内挿関数によりモード形状関数を近似し、2)で得られた移動計測点上の橋梁応答成分を固定計測点上のものに変換する。(後で詳述)
- 4) 3)で得られた値を特異値分解し、得られた行列を橋梁

のモード形状とする。

ここで、ステップ2)で得られた橋梁振動成分 $\tilde{y}_i(t_s)$ は、計測点が移動するため、固定された計測点による計測値とは異なる性質を示す。したがって、本手法では、ステップ3)において、移動計測点 $x = \hat{x}_i(t_s)$ で計測された橋梁変位 $\tilde{y}_i(t_s)$ を、橋梁上に仮想する固定計測点 $x = \hat{x}_j$ ($j = 1, \dots, n$)での計測値 $\hat{y}_j(t_s) = y(\hat{x}_j, t_s)$ に変換する。固定計測点 $x = \hat{x}_j$ に対応した k 次のモード形状関数の値 $\phi_k(\hat{x}_j)$ をモード形状行列 $\hat{\mathbf{A}} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ として以下のように表す。

$$\hat{A}_{jk} = \phi_k(\hat{x}_j) \quad (1)$$

ただし、 \hat{A}_{jk} は $\hat{\mathbf{A}}$ の (j,k) 成分を表す。本研究では、最終的にこのモード形状行列 $\hat{\mathbf{A}}$ を推定することを試みる。

計測台車数を $n+1$ 台として、 n 個の基底関数 $N_j(x)$ ($j = 1, \dots, n$)と係数 \hat{A}_{jk} を用いて、橋梁の k 次モード形状関数 $\phi_k(x)$ を以下のように近似することを考える。

$$\phi_k(x) = \sum_{j=1}^n \hat{A}_{jk} N_j(x) \quad (2)$$

いま、基底関数 $N_j(x)$ として、以下に示す $(n-1)$ 次のラグランジュ基底関数 $N_j(x)$ を想定する。

$$N_j(x) = \left(\frac{n+1}{L} \right)^{n-1} \prod_{\substack{l=1 \\ (l \neq j)}}^n \frac{x - \hat{x}_l}{j - l} \quad (3)$$

この時、固定計測点での橋梁応答 $\hat{\mathbf{y}}(t'_s)$ と移動計測点での橋梁応答 $\tilde{\mathbf{y}}(t'_s)$ の関係式が以下のように求められる。

$$\hat{\mathbf{y}}(t'_s) = \mathbf{N}^{-1}(t'_s) \tilde{\mathbf{y}}(t'_s) \quad (4)$$

ステップ2)で路面凹凸による影響を除外するため、橋梁応答 $\tilde{\mathbf{y}}(t'_s)$ ではなく $\hat{\mathbf{y}}(t'_s)$ の差分しか求めることが出来ない。ただし、この差分をそのまま $\tilde{\mathbf{y}}(t'_s)$ と置き換え、式(4)に代入しても、得られる $\hat{\mathbf{y}}(t'_s)$ を特異値分解すれば、理論上は問題無くモード形状を求めることが出来る。 $\hat{\mathbf{y}}(t'_s)$ を行列形式で書き表したものを $\hat{\mathbf{Y}}$ とすると、その特異値分解は以下のように求められる。

キーワード 車両応答分析, 橋梁振動, スクリーニング

連絡先 〒615-8540 京都市西京区京都大学桂 TEL 075-383-3164 FAX 075-383-3410

$$\hat{Y} = U\Sigma V^T = U\Sigma_R V_R^T = \bar{A}\Sigma_R V_R^T = \bar{A}\bar{Q} \quad (5)$$

ただし、ここで、行列 $S \in R^{n \times n}$ は U の各列の最大値を対角成分に持つ対角行列である。また、 V の第 n 列までを取りだした行列を $V_R \in R^{m \times n}$ とした。 \bar{A} は要素の最大値が1となる直交ベクトルにより構成されており、モード形状行列 \bar{A} の推定結果となる。 \bar{Q} は基準座標の推定値に相当するが、ステップ2)の影響により差分となっている。

3. 検討方法

本研究では牽引車と計測台車を単純バネ質点系でモデル化した車両群と1次元梁要素を用いた単純梁モデルとの相互作用振動データを数値シミュレーションにより求めた。計算に当たっては路面凹凸を考慮し、路面凹凸はISO基準でExtra Goodとなるものをモンテカルロシミュレーションにより生成した。計測車両の車両モデルを図-1に示す。また、各パラメータを表-1、表-2に示す。車両は一定速度(10m/s)で移動し、計測台車数は4台の場合(推定次数は1次~3次となる)について、橋梁の端部境界条件を変化させながら検討を行った。

4. 検討結果とまとめ

検討結果の一例として、橋梁が両端ピン支点で牽引車両が2t車の場合を図-2、橋梁が固定端-ピン支点で牽引車両が2t車の場合を図-3に示す。これより、橋梁1次モード形状が精度良く推定できることが示された。また、車両特性そのものは、推定精度に及ぼす影響が小さく、橋梁に励起されるモードの割合によって精度が左右されることが分かった。また、端部の境界条件を変えた場合であっても、モード形状に対してある程度の追従能力があることを確認した。

計測台車数を増やすと、理論上は高次成分も推定可能となり、かつ高次のモード形状をより精緻に近似することが可能となる。しかし、ステップ3)において変換精度が下がる可能性があり、内挿関数を工夫する等の検討が今後も必要であると考えている。

謝辞：本研究の一部は、科学研究費補助金(若手研究(A), 課題番号22686043)によって実施した。ここに記し謝意を表す。

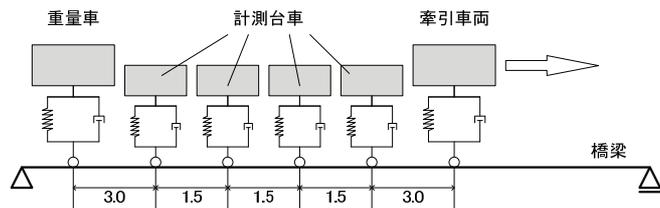


図-1 車両モデル

表-1 車両のパラメータ

	計測台車	牽引車両	
		2t車	10t車
質量 (kg)	100	2000	10000
減衰 (kg/s)	50	2260	7400
バネ定数 (kg/s ²)	3950	711000	1520000
固有振動数 (Hz)	1.00	3.00	1.96

表-2 橋梁のパラメータ

1次の固有振動数 (Hz)	3.96
橋長 (m)	30.0
剛性EI (Nm)	1.56 × 10 ¹⁰
単位長さ質量ρ (kg/m)	3000

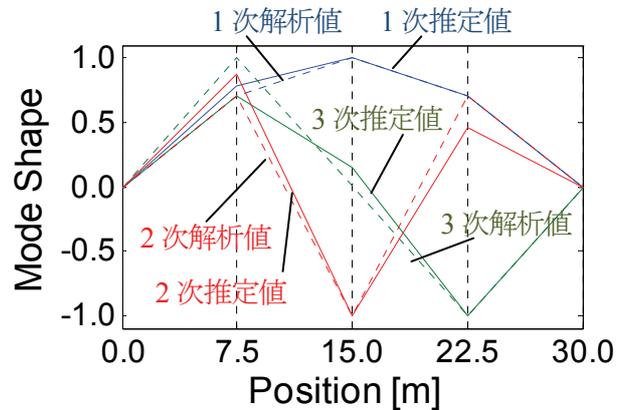


図-2 橋梁モード形状の推定結果(両端ピン支点)

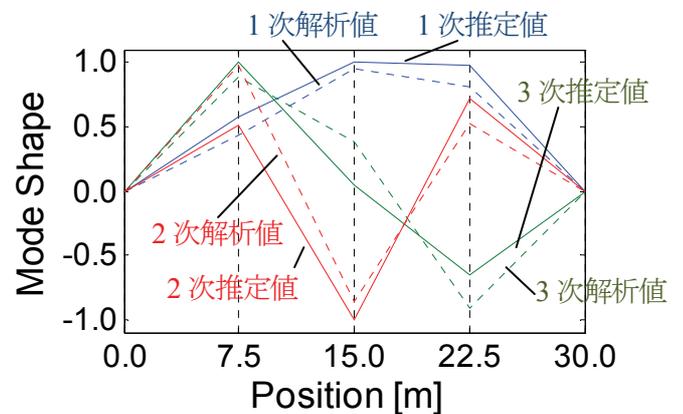


図-3 橋梁モード形状の推定結果(固定端-ピン支点)

参考文献

- 1) Yang, Y. B. and Lin, C. W. : Measuring the bridge frequencies from the response of a passing vehicle, *Environmental Vibrations*, Takemiya ed., 2005.
- 2) 杉浦邦征, 北垣啓, 山口隆司, 北田俊行, 橋本国太郎: 走行車両応答による橋梁の固有振動数の推定に関する模型実験, 土木学会年次学術講演概要集, 1-291, 2009.