

AR モデルの逐次推計と AIC を利用した振動特性の変化点検出

大阪大学大学院 学生会員 ○松岡 弘大
大阪大学大学院 正会員 貝戸 清之

1. はじめに

列車走行時の橋梁振動や橋梁を通過する際の列車振動では、荷重や支持条件が変化することで系の特性が変動する場合がある¹⁾。前者については共振現象に影響を及ぼす。また、後者については、その変動を利用し走行する列車振動を用いた橋梁の振動特性の同定への応用が考えられる。このような振動特性の変動を含む時系列では、その変化時点や変化前後の振動特性を把握することが重要となる。しかしながら、固有振動数などの振動特性は、ある時間領域中の動的挙動を正弦波の重ね合わせで仮定しているために、ある時点での瞬間的な評価を行うことが困難であった。これに対して、近年、情報工学の分野における推計アルゴリズムの高度化²⁾、および計量経済分野におけるベイズ統計学に発展により³⁾、時系列中の変動評価に利用可能な要素技術が提案されている。

このような問題意識のもとに、本研究では、振動特性がある時点で変動するような時系列を対象に、動的モデル選択を含む AR モデルの逐次推計により推計された AIC の時系列を用いた変化点検出手法、および変化前後の振動特性の同定手法を構築する。また、数値計算例を通して、その性能を明らかにする。

2. 振動特性の変動評価手法

いま、対象構造物において観測される可観測な 1 出力の時系列を考える。なお、入力応答を白色雑音と仮定する。このとき AR 過程として、任意の k に対して

$$\mathbf{u}(k) + \sum_{n=1}^{2N} a_n \mathbf{u}(k-n) = \varepsilon(t) \quad (1)$$

が成り立つ。ここで、 a_n は AR 係数である。また、系の固有値 $\lambda = [\lambda_1, \dots, \lambda_n]$ は、 $\lambda_n + a_1 \lambda_{n-1} + \dots + a_{n-1} \lambda + a_n = 0$ の解として得ることができる。さらに、固有円振動数 ω とモード減衰比 ζ はそれぞれ、

$$\omega = \frac{1}{\Delta t} \{ \text{Re}(\ln \lambda)^2 + \text{Im}(\ln \lambda)^2 \}^{\frac{1}{2}}, \quad \zeta = -\text{Re}(\ln \lambda)^2 / \{ \text{Re}(\ln \lambda)^2 + \text{Im}(\ln \lambda)^2 \}^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

により算出される。逐次推計に際しては、観測した時系列 $\mathbf{u} = [u(1), u(2), \dots, u(K)]^T$ から、セッション時系列、 $\mathbf{w}_j = [\mathbf{w}_{j1}, \mathbf{w}_{j2}, \dots, \mathbf{w}_{jT}]$ ($j=1, 2, \dots, J$) を作成し、各 j に対してパラメータを推計する。なお、セッション時系列と観測した時系列は、

$$\mathbf{w}_j(t) = \mathbf{u}(j+t-1) \quad (3)$$

の関係を有する。各セッション時系列における AR 係数は比較的少ないサンプル数で高い精度が得られるバーク法を用いて近似的に最尤推計する。さらに AR 係数の次数の決定に際しては、

$$\text{AIC}(j) = T \ln(2\pi\sigma^2) + T + 2(2N+1) \quad (4)$$

で表される AIC が最小のものを選定する。ここで、 T はセッション長さ、 N は AR 次数、 σ^2 は誤差関数の分散の推計値である。AIC は、モデルによる観測データの説明力を表す指標であるが、振動特性が変動する変化点では、AR モデルでのモデル化に誤差を生じるため、AIC が大きく変動する。そこで変化点検出のための指標として、

$$|\Delta \text{AIC}(j)| = \sqrt{\{ \text{AIC}(j) - \text{AIC}(j-1) \}^2} \quad (5)$$

を定義する。さらに、この $|\Delta \text{AIC}|$ が閾値 α を超える場合を変化点を有するセッションとして検出する。なお、検出された変化点前後の時系列を AR モデルにて推計し直すことで、変化前後の振動特性を把握が可能である。

3. 数値計算例

2. で示した手法の有効性を人工的に作成した時系列により検証する。作成した時系列波形を図-1 に示す。時系
キーワード 変化点検出, 振動特性, 逐次推計, AIC, 動的モデル選択

連絡先 〒565-0871 大阪府吹田市山田丘 2-1 大阪大学工学研究科地球総合工学専攻 TEL 06-6879-7599

表-1 時系列データの振動特性

	該当サンプル	固有振動数 (Hz)	モード減衰比
レジーム 1	1-1000	0.140 (0.138), 0.110 (0.109)	0.0224 (0.0200), 0.0289 (0.0309)
レジーム 2	1001-2000	0.085 (0.085)	0.0738 (0.0878)
レジーム 3	2001-3000	0.140 (0.138), 0.110 (0.109)	0.0224 (0.0199), 0.0289 (0.0329)

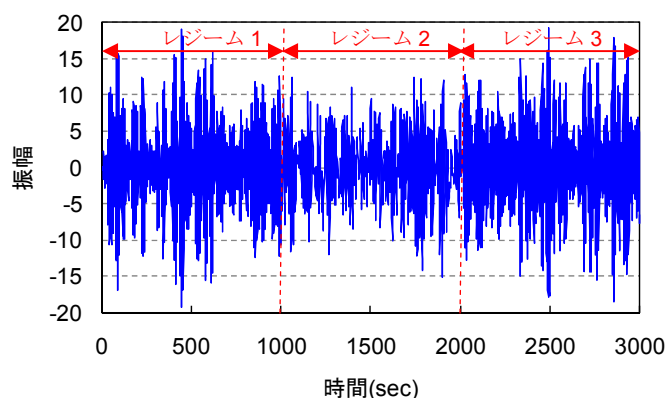
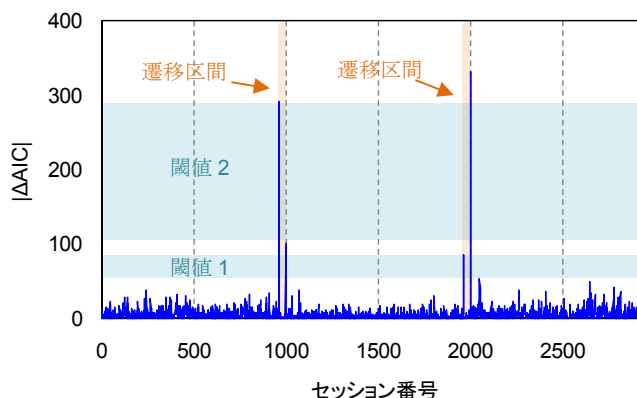


図-1 時系列波形

図-2 ΔAIC による変化点検出

列波形は合計 3000 個のサンプルから成っている。1 から 1000 までのレジーム 1, 1001 から 2000 までのレジーム 2, 2001 から 3000 までのレジーム 3 で、振動特性が異なっている。なお、レジーム 1 とレジーム 3 は同じ振動特性としている。これらの時系列の振動特性を表-1 に示す。時系列データの作成は、表-1 に示す固有振動数とモード減衰比を有する時系列の AR 係数を用いたデジタルフィルタに、ランダム応答を通過させることで有色化した。なお、レジームごとに AR モデルを推計した場合を()に併せて記載している。

図-2 に式(5)で算出される $|\Delta AIC|$ の算出結果を示す。解析条件として、セッション時系列長を 40sec とした。2 つのレジームの波形を含むセッションは遷移区間として示している。遷移区間の前後で $|\Delta AIC|$ が高い値を示していることがわかる。本事例においては、閾値を 54~85 (閾値 1) と設定することで遷移区間への移行を検知できる。また、検出したセッション番号から逆算することで変化点 t を 1000, および 2001 と精度良く同定可能であった。一方で、卓越した 2 点のみを抽出可能な閾値 2 (101~290) しか設定できない場合でも、変化点 t を $982 \leq t \leq 1022$, および $2000 \leq t \leq 2040$ の区間として検出することができる。閾値の設定が今後の課題として残るものの、提案した指標である $|\Delta AIC|$ が、ノイズの影響を受けにくく、変化点に対して感度が高いことが確認できる。

検出した変化点を既知として AR モデルにより振動特性を同定した。閾値 1 が設定可能であった場合は、各レジームごとに推定する場合と 1 サンプルしか変化がなく、パラメータも同様の値であった。また、閾値 2 しか設定できない場合であっても、各レジームでの推計誤差(真値-推定値)は変化点を既知とした場合と同レベルであった。

5. おわりに

本研究では、振動特性が変動するような時系列から変化点を検出するための指標として、 $|\Delta AIC|$ を提案するとともに、これを利用した変化点前後の振動特性の同定手法を構築した。また、数値計算例により、その有効性を確認した。一方で、振動特性の変化量と検出精度の関係を明らかにし、本手法の適用範囲を明確にする必要があるとともに、列車走行時の橋梁応答や、橋梁通過時の列車の応答など、実データへの適用に基づき、その性能を把握することが課題としてあげられる。

参考文献

- 1) 松岡弘大, 貝戸清之, 杉崎光一, 渡辺勉, 曾我部正道; 走行列車荷重を利用した振動モニタリングによる開床式橋梁の振動特性の同定, 応用力学論文集, 土木学会. Vol. 12, pp. 983-994, 2009.
- 2) K. Yamanishi and J. Takeuchi: A unifying framework for detecting outliers and change-points from non-stationary time series data, *Proceeding of the Ninth ACM SIGKDD*, ACM Press, pp.389-394, 2001.
- 3) Christopher M. Bishop: Pattern Recognition and Machine Learning, Springer, 2006.