

振動システムのインピーダンス特性を表現するための Lumped Parameter Model の提案

埼玉大学 正会員 ○齊藤 正人

1. 目的

現在、振動する構造システムや機械システム、あるいは離散化した連続体の数値解析では、近年のコンピュータの発展に伴って極めて詳細な計算モデルが用いられる傾向にある。こうした解析モデルの精緻化は、より精度の高い実現象の把握ならびにシミュレーションを実現することが可能となる。しかしその一方で、膨大な自由度の増大に伴い計算時間は著しく増加する傾向にある。計算時間を効果的に低減する方法としては、モード合成法や超要素法など部分構造合成法 (Substructure Synthesis Method) のように振動システムの自由度を効率的に縮約する方法が挙げられる。そうした中でも、1940 年代に Kolousek により提案され現在でも多くの研究で用いられている Dynamic Stiffness Method (DSM) は、膨大な自由度を持つシステムとこれと分系化されるシステムとの節点において、前者システムの節点におけるインピーダンス関数を誘導する方法である。この方法は、インピーダンス関数という数理モデルにより節点の自由度のみで前者システムを置換する極めて効率的な方法であり、様々な分野で利用されている。

しかしながら、DSM により誘導されるインピーダンス関数は、一般に加振振動数の関数となる。例えば、離散化された単純はりの端部自由度のインピーダンス関数は、各振動モードに関係する強い「振動数依存性」が現れる。こうした振動数依存性は、これと接触する分系が線形弾性応答する限りにおいて問題となることはない。ところが、分系を構成する部位に非線形性が生じる場合にはこの方法は適用できない。つまり、振動数を関数とするインピーダンス関数と非線形システムを、直接的に解析することが極めて困難であることがその理由である。例えば、3 次元的に広がる地盤に支持される構造物の振動応答を評価する場合、地盤と構造物との接触点 (面) における地盤のインピーダンス関数と、分系の構造物との連成問題を解くことになる。後者の分系 (構造物) が線形弾性システムである場合、全系 (地盤のインピーダンス関数+構造物) の応答は一般的な方法から容易に求めることができる。しかし分系 (構造物) の部材にクラックや損傷が生じる場合には、時間領域でのステップ毎の解析が必要となり、一般に振動数依存性を有するインピーダンス関数を同時に扱うことは困難である。

こうした中で、このような振動数依存性を持つインピーダンス特性を、振動数に依存しない係数を持つ質量、ばね、ダッシュポットを用いて表現する Lumped Parameter Model (LPM) は有効である (例えば、Wolf 1998 や Saitoh 2007)。ところが、これまで提案されている LPM は特定のシステムにおけるインピーダンス関数に限られている。例えば基礎-地盤系のインピーダンス関数の LPM, 単純はりに関する LPM 等である。つまり、LPM の置換が有用な手段であるにもかかわらず、一般的な振動システムのインピーダンス特性を一律に表現できる LPM が未だ提案されていない現状にある。

そこで本研究では、一般的な運動方程式 (Non-Classical Damping) で表現可能なシステム内の任意自由度におけるインピーダンス特性を対象に、本研究で提案する LPM により一律置換する手法を開発した (Saitoh 2010)。これを紹介するとともに、その一例を示すものである。

2. 置換手法

本研究で対象とする振動システムの運動方程式は次式で表わされる。この運動方程式には、分系は含まずインピーダンス関数として置換したい系のみ (分系との節点は含む) を含む。

$$[R]\{\dot{z}\} + [S]\{z\} = \{f\} \quad (1)$$

キーワード 動的相互作用, インピーダンス関数, 振動数依存性, 非線形性, パラメータモデル
連絡先 〒338-8570 さいたま市桜区下大久保 255 埼玉大学大学院理工学研究科 TEL 048-858-3560

ここで,

$$[R] = \begin{bmatrix} [C] & [M] \\ [M] & [0] \end{bmatrix}, [S] = \begin{bmatrix} [K] & [0] \\ [0] & -[M] \end{bmatrix}, \{z\} = \begin{Bmatrix} \{u\} \\ \{\dot{u}\} \end{Bmatrix}, \{f\} = \begin{Bmatrix} \{p\} \\ \{0\} \end{Bmatrix}.$$

式(1)の右辺には分系との節点が含まれている. この節点に調和振動外力を仮定し, 同次方程式を用いてモード展開した応答関数を利用して当該節点自由度における外力と任意自由度における応答の比(つまりインピーダンス関数)を取ると次式が得られる.

$$S_{IJ} = \frac{P_I}{U_J} = \frac{1}{\sum_{n=1}^N \frac{2(\sigma_n G_n - \omega_{dn} R_n) + 2i\omega G_n}{(\sigma_n^2 + \omega_{dn}^2) - \omega^2 + 2i\omega\sigma_n}} \quad (2)$$

ここで S_{IJ} : J 自由度加振における I 自由度応答 (I-J 間インピーダンス関数); ω : 加振振動数; n: モード次数; N: 最大自由度数; $G_n, R_n, \omega_{dn}, \sigma_n$: モード定数

式(2)は減衰の効果により複素数で表わされている. 本研究では, 式(2)を以下のように考える.

$$S_{IJ} = \frac{1}{\sum_{n=1}^N \frac{1}{K_{nIJ}}} \quad (3)$$

$$K_{nIJ} = \frac{(\sigma_n^2 + \omega_{dn}^2) - \omega^2 + 2i\omega\sigma_n}{2(\sigma_n G_n - \omega_{dn} R_n) + 2i\omega G_n}$$

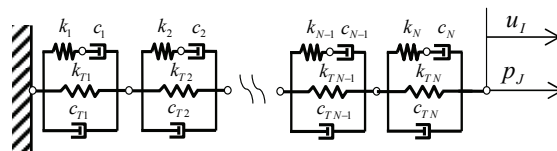


図 1 Lumped Parameter Model

式(3)と合致する LPM の構成は図 1 に示すモデルであり, ばねとダッシュポットから構成されるユニットの直列機構となる. 振動システムの運動方程式が式(1)で表現できる限り, 図 1 の LPM に全て置換可能である.

3. 適用例

LPM の自由度は 1 ユニットの 2 つの自由度があり全体として N 個のユニットがあるため, 全体としては 2N 個の自由度数となり, 元の振動システムよりも倍増する計算になる. しかし, 本 LPM の最大のメリットは, 各ユニットがモード次数に直接対応している点にある. つまり, モード解析の考え方とメリットが本 LPM にも適用することができる. よって, 幾多の振動モードのうち, 主要な振動モードを取り扱うことで精度の高いインピーダンス特性を表現することができる. 図 2 には, 2 次元 Solid 要素からなる 240 自由度の片持ちプレートである. A 点・B 点間のインピーダンス特性を本 LPM でシミュレートしたところ, 13Unit のみで 0-250Hz の範囲まで精度良くシミュレートできる. また Residual Stiffness 項(RS)を 1 ユニットの追加すればさらに高精度化が可能である (図 3).

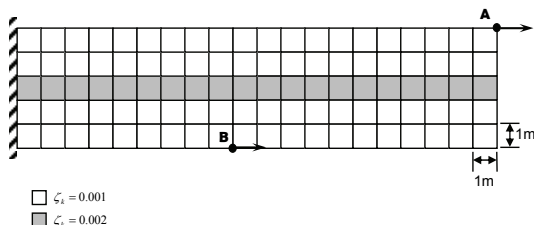


図 2 解析対象モデル

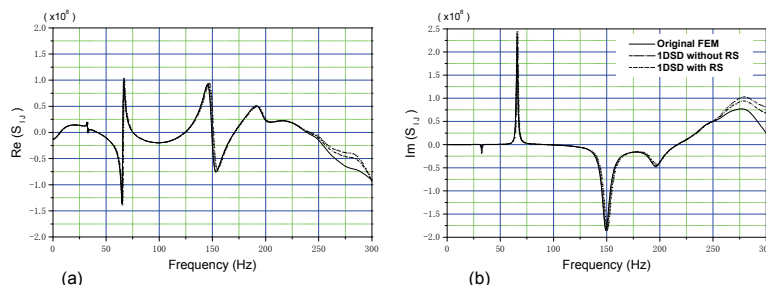


図 3 13 個のユニットによる置換 LPM

参考文献

- J. P. Wolf: Foundation vibration analysis using simple physical models, Eaglewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall., 1994.
M Saitoh: Simple Model of Frequency-Dependent Impedance Functions in Soil-Structure Interaction Using Frequency-Independent Elements, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol.133, No.10, pp.1101-1114, 2007.
Masato Saitoh: Equivalent One-Dimensional Spring-Dashpot System Representing Impedance Functions of Structural Systems with Non-Classical Damping, CMES: Computer Modeling in Engineering & Sciences, Vol.67, No.3, pp.211-238, 2010.