

高速領域積分方程式法と遺伝的アルゴリズムを組み合わせた 半無限弾性波動場における逆散乱解析

(株) 開発設計コンサルタント 正会員 ○和嶋 泰亮
東京理科大学 正会員 東平 光生

1 はじめに

地盤内部の構造を推定することは、強震動特性の解明や地下資源の開発を行う上で重要な問題である。近年では、計算機性能の向上及び地震観測システムの高度化により、地盤内部の構造を高密度・高精度に推定する機運が高まっている。このような機運の高まりに合わせて、弾性波動方程式に対する数値計算手法の洗練化を図っていくことが求められている。こうした背景の中で、著者らは高速領域積分方程式法¹⁾²⁾を用いた逆散乱解析を目指している。領域積分方程式はその数学的特徴から、媒質の性質の変動領域の位置と変動そのものの大きさを定量的に評価することが期待されている。以下では、こうした媒質の性質の変動領域を媒質の揺らぎと呼ぶ。著者らは既往の研究³⁾において、領域積分方程式を線形化し、Krylov 部分空間反復解法⁴⁾を適用することで、媒質の揺らぎの振幅の定量的評価を試みている。しかしながら、反復解法における残差は収束せず、定量的評価の精度は良好とは言えなかった³⁾。本論文では、既往の研究の推定精度悪化の原因を探り、媒質の揺らぎの振幅の推定精度の向上を目指す。そのために、逆散乱問題を関数最適化問題として扱い、最適化法として遺伝的アルゴリズム⁵⁾(以下、GA)の適用を試みる。

2 領域積分方程式を用いた逆散乱解析手法

本論文では、図-1に示すような媒質に揺らぎを持つ3次元の半無限弾性波動場を扱う。媒質の揺らぎは Lamé 定数 λ 、 μ 及び質量密度 ρ の変動で定義する。

逆散乱問題は、観測面 Γ_O で得た散乱波の観測データ $v_i(\vec{x})$ ($\vec{x} \in \Gamma_O$) を用いて、領域 Γ_R における媒質の揺らぎの状態ベクトル $[q_i(\vec{y})] = [\tilde{\lambda}(\vec{y}), \tilde{\mu}(\vec{y}), \tilde{\rho}(\vec{y})]^T$ ($\vec{y} \in \mathbb{R}_+^3$) を決定する問題である。その際、媒質の揺らぎの位置及び形状、バックグラウンドの媒質 λ_0, μ_0, ρ_0 及び地表面点加振(加振位置: $\vec{x}_s$)によって生じる入射波 $u_i^{(I)}(\vec{y}, \vec{x}_s)$ は既知とする。

媒質の揺らぎの状態ベクトルと散乱波の観測データの関係は、以下の領域積分方程式で表せる。

$$v_i(\vec{x}) = \mathcal{U}_{ij}^{-1} \hat{h}(\vec{\xi}) \mathcal{U}_{jk} M_{kl}^{(I)}(\vec{y}, \vec{x}_s) q_l(\vec{y}) + \mathcal{U}_{ij}^{-1} \hat{h}(\vec{\xi}) \mathcal{U}_{jk} M_{kl}^{(R)}(\vec{y}) q_l(\vec{y}) \quad (1)$$

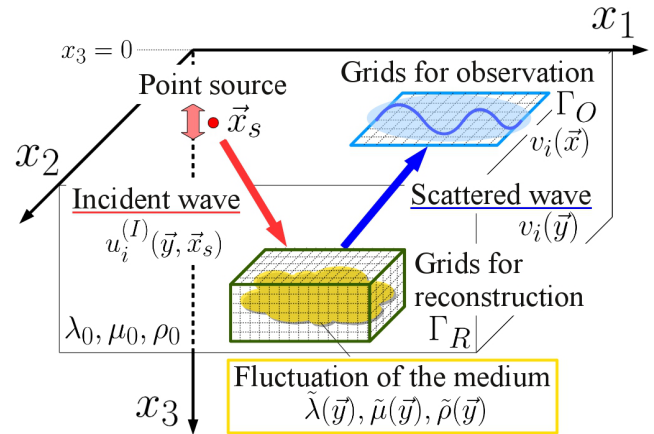


図-1: 逆散乱問題の概念図

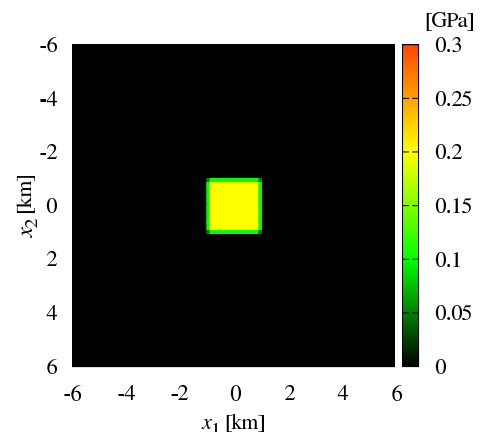


図-2: 媒質の揺らぎ $\tilde{\lambda}, \tilde{\mu}$ の空間分布図 ($x_3 = 3$ km)

ここに、 $M_{ij}^{(I)}$ 及び $M_{ij}^{(R)}$ は微分演算子、 $\mathcal{U}_{ij}$ 及び $\mathcal{U}_{ij}^{-1}$ は一般化 Fourier 変換及び逆変換¹⁾の演算子、 $\hat{h}(\vec{\xi})$ ($\vec{\xi} \in \mathbb{R}_+^3$) は波数領域の Green 関数である。また、式(1)の右辺第1項は線形項、右辺第2項は非線形項である。既往の研究における媒質の揺らぎの振幅の推定精度悪化の原因として、式(1)の線形化及び線形化した方程式に対する Krylov 部分空間反復解法の適用の2つが考えられている。本論文ではこの問題点の原因究明のために、逆散乱問題を関数最適化問題として定式化し GA を適用することで、領域積分方程式の非線形項が媒質の揺らぎの推定結果に及ぼす影響について検討を行う。

3 数値計算結果

前述のように、本論文では散乱波の観測データから媒質の揺らぎを定量的に評価する問題を扱う。数値計算に際し、バックグラウンドの Lamé 定数及び質量密度は、 $\lambda_0 = 4.0$ GPa, $\mu_0 = 2.0$ GPa, $\rho_0 = 2.0$ g/cm³ とする。また、加振振動数を 1.0 Hz, 加振位置を $x_s = (4, 0, 0)$ km とし、鉛直方向に点加振力を与える。推定を行う媒質の揺らぎのターゲットモデルは、地表面原点から深さ 3 km の位置に中心をもつ 1 辺 2 km の立方体とする。図-2 に $x_3 = 3$ km 断面における揺らぎの空間分布図を示す。ここでは、媒質の揺らぎを Lamé 定数の空間変動で定義しており、質量密度の揺らぎは考慮していない。

図-3 に $x_3 = 3$ km 断面における媒質の揺らぎ $\tilde{\mu}$ の推定結果を示す。(a) は式 (1) を線形化して Krylov 部分空間反復解法を適用した推定結果、(b) は式 (1) を非線形方程式として GA を用いた場合の推定結果、(c) は式 (1) を線形化して GA を用いた場合の推定結果を表す。ここでは GA の適用のために、媒質の揺らぎの推定結果は試行関数を用いた簡単な展開によって表現している。なお、 $\tilde{\lambda}$ に関しては、同様の結論が言えるため、紙面の都合上省略する。図-3 より、既往の研究手法を用いた推定結果は、ターゲットモデルの空間分布図と比べ、推定した揺らぎの振幅のオーダーが合っていないことが分かる。これに対して、GA を用いて推定した媒質の揺らぎの振幅はターゲットモデルとオーダーが合っており、非線形項の有無による差はほとんど見られない。即ち、GA を用いれば線形化した方程式で媒質の揺らぎの振幅の推定が可能であることが分かった。

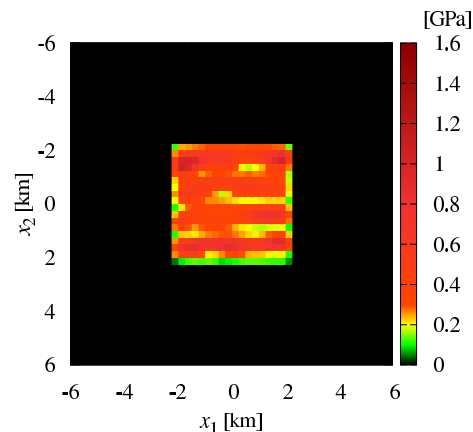
4 むすび

数値計算結果によると、領域積分方程式の非線形項が媒質の揺らぎの推定結果に与える影響は大きくないことが分かった。また、関数最適化問題として逆散乱問題を扱うことで、媒質の揺らぎの振幅の推定精度向上が果たされた。以上から、既往の研究の推定精度悪化の原因は、Krylov 部分空間反復解法の適用にあると結論づけられる。

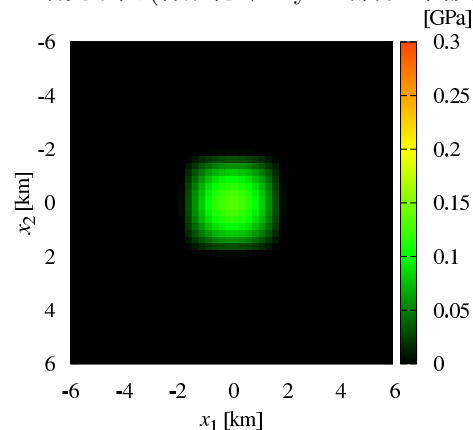
一方で、複雑な媒質の揺らぎの定量的評価を行うためには現状の手法では限界がある。関数最適化問題として逆散乱問題を扱うのではなく、領域積分方程式の数学的特徴を生かした逆散乱解析手法を策定していくことが今後の課題として挙げられる。

5 参考文献

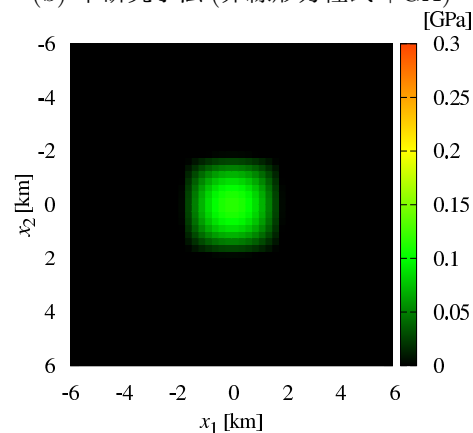
- 1) Touhei, T. : Generalized Fourier transform and its application to the volume integral equation for elastic wave propagation in a half space, *International Journal of Solids and Structures*, Vol.46, pp.52-73, 2009.
- 2) 東平光生, 高岸智紘, 和嶋泰亮: 領域積分方程式を用いた半無限弾性波動場の散乱解析についてのいくつ



(a) 既往の研究手法 (線形化 + Krylov 部分空間反復解法)



(b) 本研究手法 (非線形方程式 + GA)



(c) 本研究手法 (線形化 + GA)

図- 3: 媒質の揺らぎ $\tilde{\mu}$ の推定結果 ($x_3 = 3$ km)

- かの考察, 応用力学論文集, Vol.12, pp.27-34, 2009.
- 3) Touhei, T., Takagishi, T., Wajima, Y. and Kuranami, K. : Inverse scattering analysis for an elastic half space based on a fast volume integral equation method, *Boundary Elements and other Mesh Reduction Methods XXXII*, WITpress, pp.111-119, 2010.
 - 4) 藤野清次, 張紹良: 反復法の数理, 応用数値計算ライブラリー, 朝倉書店, 1996.
 - 5) 長尾智晴: 最適化アルゴリズム, 昭昇堂, 2000.