

## 構成要素の性能を考慮した復旧曲線の留意点

(株)篠塚研究所 正会員 ○中村孝明 東京都市大学 正会員 吉川弘道

## 1. はじめに

大地震発生時に上下水、電気、通信、さらに道路や鉄道など、インフラ機能はどの程度利用できるのか、どの程度で復旧するのか、などは経済活動に直結した重要な関心事である。この種の評価には確率・統計をベースとしたシステムアプローチを採ることが多く、その特徴は対象を構成要素が連なるシステムとしてモデル化すると共に、システムの復旧過程を記述した、いわゆる復旧曲線によって視覚的に説明する点にある。一方復旧曲線は評価軸の採り方によって2種存在することが分かっている。文献1)ではこれらをD曲線、T曲線と呼び、対象施設によって使い分けが必要であると論じている。さらに構成要素の性能を考慮したより一般的な復旧曲線の評価方法が示されたが<sup>2)</sup>、この方法を用いるとD曲線は不都合な点が顕在化することが分かった。本報では簡単な並列システムを例とし、要素の性能を考慮したD、T曲線を求め、D曲線の不都合な点を明らかにすると共に、利用における留意点を考察する。

## 2. 復旧曲線

復旧曲線は、本来の性能が低下あるいは停止し、その後元の性能に回復するまでの経時的なプロセスを描いた曲線と定義される。そして、予想される無数の復旧曲線の平均値を復旧曲線として代表する。先ずD曲線は以下のように求められる。

$$R_D(t) = \int_0^{1.0} G_R(r|T \geq t) dr \quad (1)$$

ここに、 $t$  は復旧時間、 $r$  は性能回復率、 $G_R(\ )$  は  $t$  以上を条件とした  $r$  の超過確率関数である。また、T曲線は以下ようになる。

$$R_T(r) = \int_0^{\infty} G_T(t|R \geq r) dt \quad (2)$$

ここに、 $G_T(\ )$  は  $r$  以上を条件とした  $t$  の超過確率関数であり、 $G_R(\ )$  とは以下の関係にある。

$$G_T(t|R \leq r) = 1 - G_R(r|T \geq t) \quad (3)$$

以上より  $G_T(\ )$  あるいは  $G_R(\ )$  を求めればD、T曲線共に得られる。なお、性能回復率はシステムの持つ最大性能で基準化したものであるが、必ずしも基準化する必要はない。

## 3. 構成要素の性能の考慮

$n$  個の要素で構成される並列システムを採り上げる。このシステムの性能  $R$  は、構成要素の性能の確率変数  $R_i$ 、 $i=1 \sim n$  より、以下のように求められる。

$$R = R_1 + R_2 + \dots + R_n \quad (4)$$

次に、各要素の機能停止期間(復旧期間)を便宜上指数分布と仮定する。超過確率関数は以下となる。

$$G_{T_i}(t) = \exp(-\lambda_i t) \quad (5)$$

ここに、 $\lambda_i$  は単位時間当たりの頻度であるが、本報では分布のパラメタとして理解する。ここで、各要素の性能はその要素が損傷した場合は0、健全な場合は1の2値とする。これよりシステムの最大の性能は  $n$  となる。また各要素の分布のパラメタ  $\lambda_i$  を全て同じとし、これを  $\lambda$  と置く。システム性能の確率関数は要素の損傷を独立と仮定すると以下のようになる。

$$\begin{aligned} P_{R=n}(t) &= {}_n C_n \cdot [1 - \exp(-\lambda t)]^n \\ P_{R=n-1}(t) &= {}_n C_{n-1} \cdot \exp(-\lambda t) \cdot [1 - \exp(-\lambda t)]^{n-1} \\ &\vdots \\ P_{R=1}(t) &= {}_n C_1 \cdot [\exp(-\lambda t)]^{n-1} \cdot [1 - \exp(-\lambda t)] \\ P_{R=0}(t) &= {}_n C_0 \cdot [\exp(-\lambda t)]^n \end{aligned} \quad (6)$$

ここに、 ${}_n C_{n-1}$  等は2項係数である。また、要素の損傷を完全相関と仮定すると以下のようになる。

$$\begin{aligned} P_{R=n}(t) &= 1 - \exp(-\lambda t) \\ P_{R=n-1}(t) &= \phi \\ &\vdots \\ P_{R=1}(t) &= \phi \\ P_{R=0}(t) &= \exp(-\lambda t) \end{aligned} \quad (7)$$

ここに、 $\phi$  は空事象である。システム性能の超過確率関数は以下のようになる。

$$\begin{aligned} G_R(r=n|T \geq t) &= P_{R=n}(t) \\ G_R(r=n-1|T \geq t) &= P_{R=n-1}(t) + P_{R=n}(t) \\ &\vdots \\ G_R(r=1|T \geq t) &= \sum_{i=0}^{n-1} P_{R=n-i}(t) \\ G_R(r=0|T \geq t) &= 1.0 \end{aligned} \quad (8)$$

Key words: 復旧曲線, システム信頼性, システム性能, 地震リスク

連絡先: 東京都新宿区西新宿4丁目5-1 幸伸ビル3F TEL: 03-5351-3781 FAX: 03-5351-3783

(8)式を(3)式に適用すると、システムの復旧期間の超過確率関数が得られ、(1)、(2)式よりD曲線、T曲線を得る。

4. シミュレーション

3要素から成る並列モデルを図1に示す。各要素の性能は全て1.0とし、パラメタλは0.2とする。これよりシステムの最大性能は3である。また同図に要素の復旧期間の超過確率関数  $G_{Tn}(t)$  を示す。

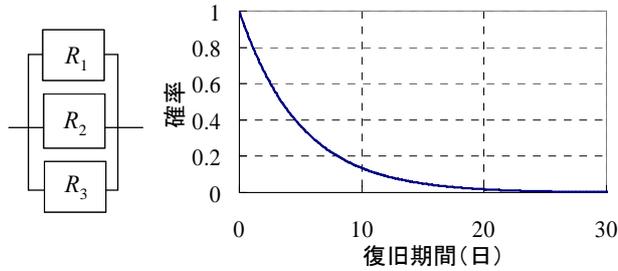


図1 並列モデルと要素の復旧期間の超過確率関数

図2に要素の損傷を独立としたD曲線、T曲線を示す。図3は要素の損傷を完全相関と仮定した曲線である。図のD曲線③は、(1)式の積分上限を最大性能3とした場合である。D曲線②と①は積分の上限をそれぞれ性能2、性能1としたものである。②は3つの要素の内2つの要素の復旧を、①は3つの内1つの要素の復旧を目標としたケースに相当する。さて、一般的にはD曲線③を復旧曲線として代表しているが、この曲線から性能1まで回復する時間を見ると、図2、図3共に2.0日程度である。ところがD曲線①を見ると図2では7.0日程度、図3では15.0日程度である。この違いは③はシステムとしての最大性能3を復旧目標としているのに対し、②は性能2、①は性能1の復旧を目標として点にある。つまり、復旧曲線Dは目標とする性能に依存することになり、事象論的には全事象の捉え方が、目標とする性能によって変化していることになる。一方T曲線の積分上限は無限時間が原則であり、積分上限に依存して変化することはない。また、それぞれの性能が復旧するまでの平均時間を把握することができ、分かりやすい。

復旧日数の期待値は、T曲線あるいはD曲線③の左側面積を性能で基準化することで求められ、共に5.0日となった。これは独立(図2)と完全相関(図3)において同じ値であり、さらにD曲線③の形状も独立、完全相関共に同じである。(4)式からも分かるように性能の確率和がその理由であるが、このことはD曲線③では損傷相関が独立なのか、相関があるのか区別が付かないことを示している。

上水や電力システムのように供給 node が無数に存在す

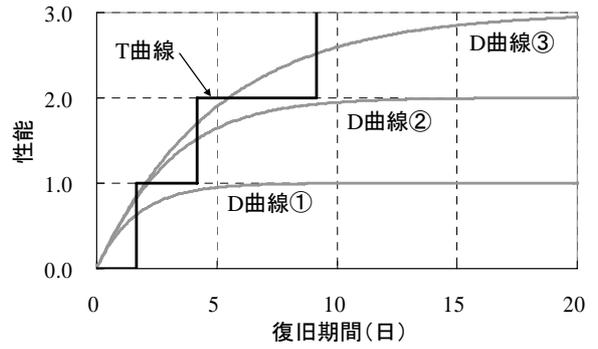


図2 復旧曲線の比較(損傷は独立)

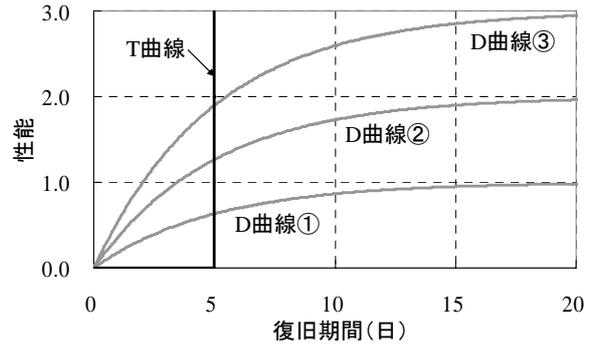


図3 復旧曲線の比較(損傷は完全相関)

る場合にはD曲線は実状をよく説明できるとされるが<sup>3)</sup>、構成要素の性能を考慮したD曲線の利用は慎重に対応する必要があります。

5. まとめ

構成要素の性能を考慮した復旧曲線の評価方法を使い、並列システムを例として採り上げ、要素の損傷の独立と完全相関を仮定し、D曲線、T曲線を求めた。分かったことを以下に示す。

1. D曲線は目標とする性能に依存する。
2. システムの持つ最大性能を目標としたD曲線は、並列システムの場合に限り、要素の損傷相関の影響を受けない。
3. T曲線は各性能の復旧期間を直接把握でき、また損傷相関の影響が顕著に現われる。

参考文献

- 1) 静間俊郎, 中村孝明:復旧曲線の理論的考察とBCPへの適用, 土木学会第1回地震リスクマネジメントと事業継続性シンポジウム論文報告集, pp.231-236,2009.11
- 2) 中村孝明, 境茂樹, 吉川弘道:損傷相関を考慮した地震時システム性能評価に関する研究, 日本建築学会構造系論文集, 第76巻, 第661号, pp.713-719,2011.3
- 3) Shinozuka M, & et al.: Resilience of Integrated Power and Water Systems, Seismic Evaluation and Retrofit of Lifeline Systems, Articles from MCEER's Research Progress and Accomplishments Volumes, pp.65-86.,2004