# SPH法による自由表面流れ解析

## 1. はじめに

近年,砕波等を含む複雑な自由表面流れ現象を把握する ための数値シミュレーション手法として,粒子法が注目され ている.粒子法には,SPH(Smoothed Particle Hydrodynamics)法とMPS(Moving Particle Semi-implicit)法があ る.

本研究では陽的解析である SPH 法に着目して,その精度 および計算効率について検討を行うことを目的とし,実験 結果および従来の格子を用いる方法の代表的な手法である, VOF(Volume of Fluid)法に基づく安定化有限要素法との 比較を行った.なお,数値解析例として,ダムブレイク問 題解析を取り上げた.

### 2. SPH 法の概要

本研究で用いた SPH 法の解法を概説する. SPH 法は格 子を必要としない粒子型解法の一種であり, Lagrange 的解 法である. 粒子上(計算点)に解くべき物理量を与え,流体 などの連続体を粒子の集合として離散化する. 各粒子の物 理量は影響範囲内に空間分布していることを想定して,そ の分布形状を重み関数 W により与える. すなわち,粒子 *i* 付近の粒子群 *j* における粒子質量,粒子密度をそれぞれ *m<sub>j</sub>*, *ρ<sub>j</sub>* とすると,物理量 *f*(*x<sub>i</sub>*) を

$$f(x_i) \approx \sum_{j=1}^{N} \frac{m_j}{\rho_j} f(x_j) W(x_i - x_j, h)$$
(1)

として近似する.ここで, W は 5 次の Spline 関数を使用 した.同様に,空間微分に関する項も次式を用いて粒子近 似できる.

$$\nabla f(x_i) \approx \rho_i \sum_{j=1}^N m_j \left( \frac{f(x_i)}{(\rho_i)^2} + \frac{f(x_j)}{(\rho_j)^2} \right) \tag{2}$$

なお,関数分布の仮定を図-1に示す.

本研究では,以下に示す方程式を SPH 法を用いて離散化解 析を行う. *Do du* 

連続の方程式; 
$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho \frac{\partial u}{\partial x}$$
 (3)

運動量保存式; 
$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + F_i$$
 (4)

また,状態方程式として圧力を密度にリンクさせるような Tait型の式を用いる.

$$P = B\left\{ \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^n - 1 \right\}$$
(5)

上式は水に対する状態方程式として Batchelor が提案し, Monaghan<sup>2)</sup>が SPH による自由表面流れの計算に用いたも

中央大学	学生員	原田	悠里
中央大学	学生員	中村	正人
中央大学	正会員	樫山	和男



図-1 関数分布の仮定

のである.ここで,式中の $\rho_0$ は初期密度であり,nは定数 を表す.Monaghan に従い今回は,両者を $1000kg/m^{-3}$ ,7 とした.Bは流体の圧縮性の度合いを定める定数係数であ る.陽的解法として,個々の粒子の持つ質量分布の空間的 な重ね合わせによって表される密度場より,粒子数密度を 求め,状態方程式より圧力を計算する.それに従って粒子を 移動させることで流体運動を模擬させる.なお,数値解析 を行う上で,オープンソース SPH コード SPHysics<sup>1)</sup>を用 いた.SPHysics は Monaghan[2] が,自由表面流れ解析に おいて用いた SPH 法理論に基づいている.

## 3. 数值解析例

ここでは,SPH 法の精度および計算効率について検討す るため,2次元ダムブレイク問題を用いた.格子・粒子間 隔の差異による精度と計算時間について, VOF 法に基づ く安定化有限要素法との比較を行った.初期条件として, 図 - 2 のようなモデルを考える.ここで水柱静止状態の 幅:L = 0.146mとし、境界条件として、壁面でSlip条件を 課した...ここで,VOF法の格子間隔は0.0073,0.0091(m) とした.このとき水柱の有限要素分割は,20×40,16×32 分割(水平方向×鉛直方向)である.SPH法の粒子間隔は 0.004,0.008,0.01(m)とし、このとき水柱の粒子数は、 それぞれ 36×72, 18×36, 15×29 分割で, 総粒子数は, それぞれ 5954 個 (流体粒子 5183, 固体粒子 771), 1645 個 (流体粒子 1260, 固体粒子 385), 1148 個(流体粒子 841, 固体粒子 307) である.時間刻み  $\Delta t$  は,  $1.0 \times 10^{-4} [s]$  とし た. 各手法において格子・粒子間隔を近い値にし, 解析結 果の比較したものを図-4に示す.ここで流体領域形状は, 実験値[図‐3]と概ね良い一致を示すことが確認できる.

KeyWords: 自由表面流れ, SPH法, ダムブレイク

連絡先: 〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 E-mail: d36201@educ.kc.chuo-u.ac.jp





図-5 水際線位置の時刻歴

一方,定量的な評価として図-5に水際線位置移動の時刻 歴を示す.図より,本解析結果は,いずれも実験値[3]及び 実験値 [4] と良い一致を示している.また,実験値に比べて 解析解の水柱先端が早く移動していることがわかる.これ は流体と固体間の摩擦力を考慮していない上に,壁面を slip 条件として取り扱っているためと考えられる.また SPH法 において粒子間隔が粗い場合には細かい場合と比べて水際 線位置の時刻歴については実験結果と良い一致を示したが、 自由表面形状は不自然なものとなっている.一方, VOF法 の格子間隔の差異による精度に変化はなかった.ここで, 格子(粒子)間隔と計算時間を図 - 6 に示す. SPH 法にお いて,粒子間隔を細かくすれば,計算時間は比例して増大 する.また,粒子間隔を VOF 法の格子間隔と同等の値を用 いると, SPH 法に比べて VOF 法の方が多くの計算時間を 要することがわかる.



図-6 格子(粒子)間隔と計算時間

### 4. おわりに

本研究では陽的解析である SPH 法に着目して,その精 度および計算効率について検討を行うことを目的とし,実 験結果および従来の格子を用いる方法の代表的な手法であ る, VOF 法に基づく有限要素法との比較を行った.また, 格子・粒子間隔の差異による精度および計算時間の変化に ついても検討した.その結果,以下の結論を得た.

- 粒子径を細かくすることにより, SPH 法による計算 結果は自由表面形状及び水際線位置の時刻歴ともに VOF 法による結果と良い一致を示した.
- SPH 法と VOF 法においてそれぞれ同等の格子・粒 子間隔をとるとき,流体形状,水際線の時刻歴を見る 限り,いずれも精度は同程度である.
- 計算時間に着目すると, SPH 法は VOF 法に比べて. 有利であることが分かった.

#### 謝辞

本研究では九州大学工学府建設システム工学専攻准教授 の浅井光輝先生から貴重なご意見を頂きました.ここに感 謝の意を表します.

#### 参考文献

- 1) http://wiki.manchester.ac.jp/SPHysics/
- 2) Monaghan, J.J: Simulating Free Surface Flow with SPH, Journal of Computational Physics, Vol.110, 1994.
- 3) Martin, J.C. and Moyce, W.J.: An experimental study of the collapse of liquid columns on a rigid horizontal plane, Phil. Trans. Roy. Soc. London A, 244, pp.312-324, 1952.
- 4) S. Koshizuka, H. Tamko, Y. Oka: A particle method for incompressible viscous flow with fluid fragmentation, Comput. Fluid Dynnamics. J., 4, pp.29-46, 1995
- 5) G.W. Housner: Dynamic Pressure on Accelerated Fluid Containers, Bulletin of the Seismological Society of America. 1957
- 6) Robert A. Dalrymple : Particle Methods and Waves, with Emphasis on SPH, June, 2007
- 7) 日本計算工学会流れの有限要素法研究委員会 編:続・有限要素 法による流れのシミュレーション
- 8) 陸田 秀実, 土井康明: SPH 法による砕波と沿岸構造物相互 作用に関する数値解析,第19回数値流体力学シンポジウム, 2005