

無限長軌道と半無限地盤との連成調和振動解析

新潟大学大学院自然科学研究科 学生員 高野 祐紀
 新潟大学工学部建設学科 正会員 阿部 和久
 新潟大学大学院自然科学研究科 正会員 紅露 一寛

1. はじめに

文献¹⁾では、剛基礎上に離散支持された無限長レールの加振応答解析が行われている。しかし、実際の軌道系は、レール、それを支持するまくらぎやパッドだけではなく、地盤との相互作用が存在する。そのため、地盤も考慮した連成系での応答特性の評価がより望ましいといえる。

そこで本研究では、地盤を二次元半無限動弾性場でモデル化し、離散支持された無限長レールとの連成解析手法を構成する。定点調和加振下での解析を行い、軌道・地盤連成下での応答特性を調べる。

2. 連成解析手法の構築

(1) 離散支持された無限長レールの解析手法

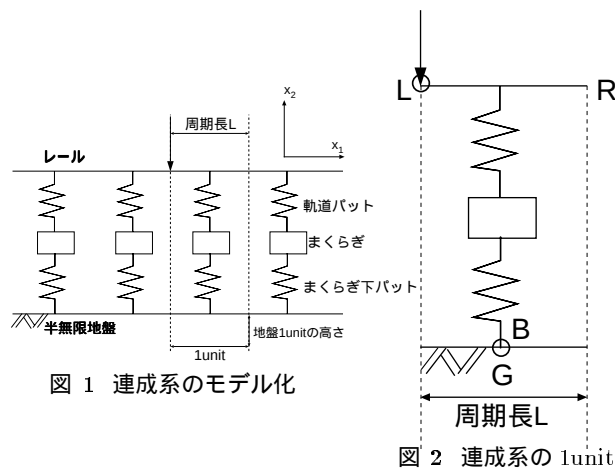


図 1 連成系のモデル化

図 2 連成系の 1unit

図 1 の様に、レールを周期長 L で離散支持された無限周期構造によりモデル化する。 x_1 軸方向の Floquet 変換¹⁾により次の方程式を得る。

$$[\bar{\mathbf{v}}]^T [\mathbf{K}] \{\bar{\mathbf{u}}\} = [\bar{\mathbf{v}}]^T \{\bar{\mathbf{F}}\} \quad (1)$$

ここで、 $\{\bar{\mathbf{u}}\}$ 、 $\{\bar{\mathbf{F}}\}$ は 1 ユニットを離散化して得られる節点変位、節点力ベクトル、 $\{\bar{\mathbf{v}}\}$ は任意の仮想節点変位ベクトル、 $(\cdot)$ は複素共役である。また、 $[\mathbf{K}]$ の成分 $\hat{K}_{ij}$ は剛性行列 K_{ij} と質量行列 M_{ij} 、円振動数 ω より、次式で与えられる。

$$\hat{K}_{ij} = K_{ij} - \omega^2 M_{ij} \quad (2)$$

なお、レールは Euler ばりで与え、添え字成分 $(\cdot)_L$ 、 $(\cdot)_M$ 、 $(\cdot)_R$ 、 $(\cdot)_B$ をそれぞれ軌道ユニットセルの左端、中央部、右端、中央部と定義する。

右端、下端に対応する節点ベクトルとし、まくらぎは質点でモデル化した。Floquet 原理により方程式を縮約して次式を得る。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}'_{LL} & \mathbf{K}'_{LM} & \mathbf{K}'_{LB} \\ \mathbf{K}'_{ML} & \mathbf{K}'_{MM} & \mathbf{K}'_{MB} \\ \mathbf{K}'_{BL} & \mathbf{K}'_{BM} & \mathbf{K}'_{BB} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{\mathbf{u}}_L \\ \tilde{\mathbf{u}}_M \\ \tilde{\mathbf{u}}_B \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \tilde{\mathbf{F}}_M \\ \tilde{\mathbf{F}}_B \end{Bmatrix} \quad (3)$$

(2) 半無限動弾性場の解析手法

半無限地盤より、軌道の周期長 L に合わせて設定した 1 ユニットを取り出し、 x_1 方向に Floquet 変換して得られる場のインピーダンス行列を $\mathbf{K}_s$ とする。すると自由表面上の節点変位と節点力との関係は次式で与えられる。

$$[\mathbf{K}_s] \{\tilde{\mathbf{u}}_s\} = \{\tilde{\mathbf{F}}_s\} \quad (4)$$

式 (4) を解いて得られる、まくらぎ位置の節点変位 $\tilde{u}_G$ と同位置の節点力 $\tilde{F}_G$ とで与えられるインピーダンスを K_G とおくと、次式が成り立つ。

$$K_G \tilde{u}_G = \tilde{F}_G \quad (5)$$

(3) 求解方程式の導出

式 (3) と式 (5) に、変位の適合条件 $\tilde{u}_G = \tilde{u}_B$ および力のつり合い条件 $\tilde{F}_G + \tilde{F}_B = 0$ を課すと、次の求解方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}'_{LL} & \mathbf{K}'_{LM} & \mathbf{K}'_{LB} \\ \mathbf{K}'_{ML} & \mathbf{K}'_{MM} & \mathbf{K}'_{MB} \\ \mathbf{K}'_{BL} & \mathbf{K}'_{BM} & \mathbf{K}'_{BB} + K_G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{\mathbf{u}}_L \\ \tilde{\mathbf{u}}_M \\ \tilde{\mathbf{u}}_B \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \tilde{\mathbf{F}}_M \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

上の式を解き、これに次の逆 Floquet 変換を施して変位応答 $\{\mathbf{u}\}$ が得られる。

$$u(\tilde{x} + nL) = \frac{L}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{L}}^{\frac{\pi}{L}} \tilde{u}(\tilde{x}, \kappa) e^{-in\kappa L} d\kappa \quad (7)$$

なお、逆変換の積分処理を施す際に、地盤・レール (はり) 連成系の理論分散曲線が存在する波数では、特異積分の処理が必要となる。Euler ばりが半無限地盤上に置かれている場合の分散曲線は、低周波数域では Rayleigh 波に、高周波数域では横波に漸近する。そこで、解析では、Rayleigh 波と横波の中間前後で式 (7) の波数を複素数に拡張し、図 3

Key Words: レール, 半無限動弾性場, 振動, 連成系

連絡先: 950-2181 新潟市西区五十嵐二の町 8050 番地 TEL 025 (262) 7028 FAX 025 (262) 7021

表 1 軌道・地盤の各種物理量

レールの質量 (kg/m)	50.47
曲げ剛性 EI (MN・m ²)	4.0376
軌道パットのバネ定数 (MN/m)	60
まくらぎ質量 (kg)	80
周期長 (m)	0.60
地盤の質量密度 (kg/m ³)	1700
地盤 1unit の厚さ (m)	0.15
地盤のポアソン比 ν	0.3

の様に複素平面上の半円で積分路を迂回させることで、特異積分を処理した²⁾。

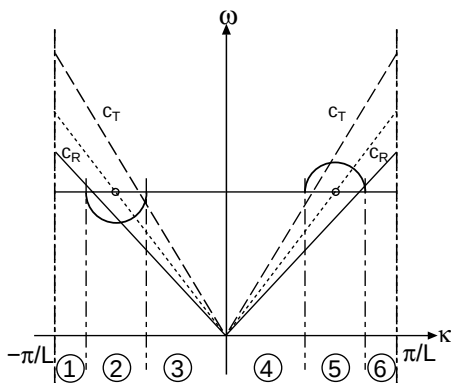


図 3 積分路の設定

3. 解析例

(1) 解析条件

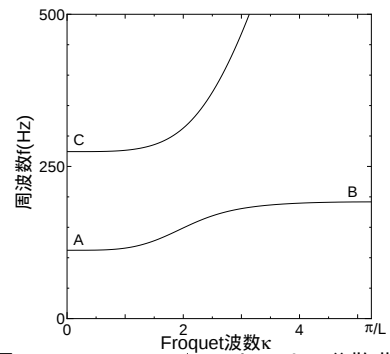
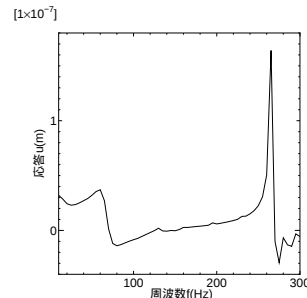
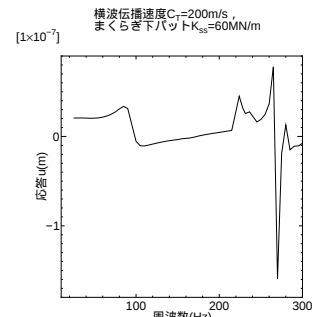
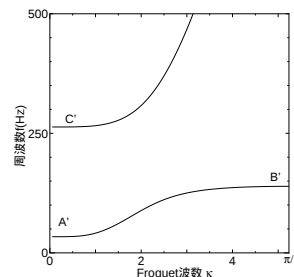
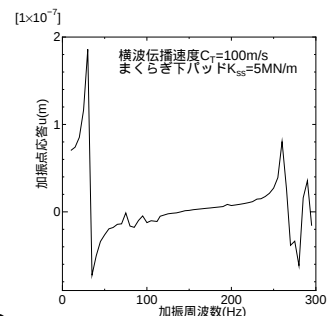
図 2 に示すように、周期長 L の連成系 1 ユニットを設定する。レール支持点間中央を単位調和加振する場合を考える。解析における軌道・地盤の各種物理量を表 1 に示す。地盤の横波の伝播速度は 100m/s と 200m/s の 2 ケース設定した。

まくらぎ下パットのバネ定数を $K_{ss}=60\text{MN/m}$ として与えて、地盤を剛体とした解析から求められる分散曲線を図 4 に示す。この分散曲線において波動が伝播するバンド端点 (定在波モードが存在する点) A, B, C の周波数は、それぞれ 112Hz, 191Hz, 274Hz となっている。

(2) 解析結果

各地盤剛性におけるレール加振点のたわみ応答 (実部) を図 5, 6 に示す。図 5 では、70Hz と 270Hz 付近に共振点が認められる。一方図 6 では低周波域の共振点が 100Hz 付近に移動しており、図 4 の A 点の定在波モードに近い応答が得られている様子が窺える。

次に、低バネ定数化が及ぼす影響について調べるため、まくらぎ下パットのバネ定数 K_{ss} を 5MN/m に低減した場合¹⁾について解析を行った。この時の剛基礎上レールの

図 4 $K_{ss}=60\text{MN/m}$ 、レールの分散曲線図 5 解析結果 $c_T=100\text{m/s}$ 図 6 解析結果 $c_T=200\text{m/s}$ 図 7 $K_{ss}=5\text{MN/m}$ 、レールの分散曲線図 8 解析結果 $K_{ss}=5\text{MN/m}$

分散曲線を図 7 に、地盤上レールのたわみ応答を図 8 に示す。パットの低バネ定数化により、バンド端 A' の周波数が $K_{ss}=60\text{MN/m}$ の場合に比べ大幅に低下している様子が認められる (図 7) が、これに合わせ連成系の共振点も移動していることがわかる。なお、図 4, 7 の C, C' に対応する高周波側の共振点は、主にレールのみが振動するモードであるため、地盤やパットの剛性の影響を受けず、ほとんど変化していないことがわかる。

4. おわりに

地盤・軌道連成系の定点加振応答解析を行った。この結果、地盤やパットの剛性が共振特性に及ぼす影響を確認することができた。

参考文献

- 1) 阿部和久, 古屋卓稔, 紅露一寛: まくらぎ支持された無限長レールの加振応答解析, 計算数理工学論文集, Vol.7, No.1, 論文 No.06-070629, 2007.6.
- 2) Abe, K., Fujishita, S., Koro, K., Development of Transmitting Boundary for Periodically Supported Rails, J. Mech. Sys. Trans. Log. (JSME), Vol.3(1), 44-52, 2010.