

橋梁維持管理計画へのゲーム理論（ナッシュ交渉解）の適用

(株)日本海コンサルタント 正会員 ○喜多 敏春
金沢大学大学院自然科学研究科 正会員 近田 康夫

1. はじめに

橋梁維持管理計画の構成要素の一つとして、限られた予算内での維持管理計画（予算の平準化）がある。ほとんどの自治体では橋梁補修の予算が限られているため、橋梁の最適な補修時期（ライフサイクルコスト（LCC）が最小になる補修時期）がある年度に重なり、補修費が予算を超過した場合は、健全度を確保しつつ補修時期の前倒しや先送りをして、予算内におさめる必要がある。この場合に、どの橋梁を前倒しや先送りにするかを決める指標として、全対象橋梁の健全度の総和やサービス水準の総和の最大化を評価関数（目的関数）としている事例が多く報告されている。対象橋梁全体の目的関数の総和の最大化は、個々の橋梁の健全度の最大化の再評価を行っていないため、ある橋梁の健全度が必要以上に高い場合（一人勝ち）や必要以上に低い場合（一人負け）が生じる場合がある。また、対象橋梁全体の評価関数が最大であっても、個々の橋梁の健全度は必ずしもバランスのよいものになっていない可能性もある。この問題を解決するために、各橋梁を意思決定者（プレイヤー）と考え、経済学の理論であるゲーム理論（ナッシュ交渉解）を援用し、各プレイヤーが協力することによってバランスのよい、前倒しや先送り補修時期の組合せを求める。

2. ナッシュ交渉解のモデル

複数の意志決定者（プレイヤー）が存在し、それらが相互に協力してゲームを行い、全てのプレイヤーの利得（効用）がこれ以上同時に増加しないパレート最適となる解がナッシュ交渉解である。

交渉問題は、ゲーム参加プレイヤーの集合を N 、 n 人のプレイヤーが合意のうえで共同戦略をとったときに期待される利得ベクトルの集合を U 、プレイヤー間の連携なしで得られる利得集合（交渉が不成立時の利得集合）を d とし、 (N, U, d) で表現される。

ナッシュが提示した交渉解が満たすべき 4 つの公理を示す。

公理 1. (強) パレート最適性

公理 2. 対称性

公理 3. 効用の正 1 次変換からの独立性

公理 4. 無関係な結果からの独立性

以上の公理を満たす交渉問題 (N, U, d) の解 u_i は式 (1) で与えられる。

$$\begin{aligned} & \text{maximize } \prod_{i=1}^n (u_i - d_i) \\ & \text{subject to } u \in U, u_i \geq d_i \end{aligned} \quad (1)$$

3. 効用関数の設定

橋梁各部材の劣化曲線で示す健全度 2（管理目標）で補修した場合に LCC が最小であり効用値が高いと仮定する。図-1 の効用関数をもとに健全度(図-2)から図-3 に示す 50 年間の部材の効用が得られる。

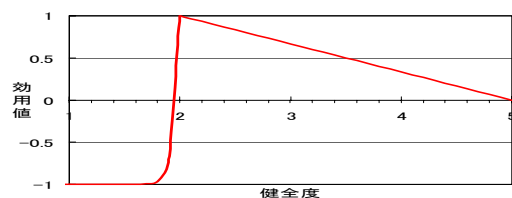


図-1 効用関数

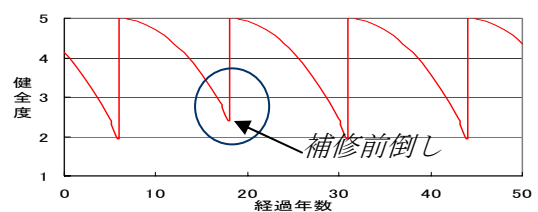


図-2 部材の50年間の健全度（劣化曲線）

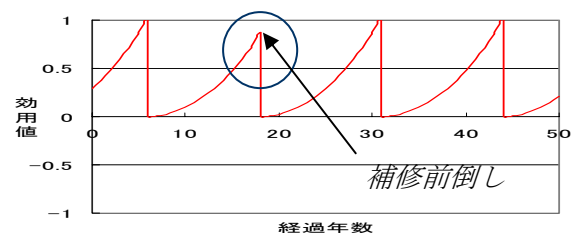


図-3 部材の50年間の効用関数

キーワード ゲーム理論、ナッシュ交渉解、効用関数、橋梁維持管理計画

連絡先 〒921-8042 石川県金沢市泉本町 2-126 (株) 日本海コンサルタント 技術本部 TEL 076-243-8258

橋梁各部材の50年間の効用値は図-3の効用関数の積分値である。

4. 橋梁補修部材の補修諸元の設定

対象補修橋梁5橋で各橋梁2部材の10部材について表-1のように設定した。また、予算制約を1,400万円と設定する。

表-1 橋梁補修部材の橋梁諸元

橋名	補修工法	経過年数(年)	補修周期(年)	工事費(万円)
A橋	桁塗装工事	5	8	345
	床版疲労補修工事	5	20	1,322
B橋	桁塗装工事	5	10	283
	床版疲労補修工事	5	20	1,081
C橋	桁経年劣化工事	20	13	120
	桁中性化補修工事	20	25	1,322
D橋	桁経年劣化工事	5	13	120
	桁塩害補修工事	5	8	962
E橋	桁塗装工事	5	7	218
	床版疲労補修工事	5	20	829

5. ナッシュ交渉解による計算例

予算制約の中、補修時期の前倒し先送りをする組合せの中から5サンプルを表-1、図-4に示す。Sample5が最も効用値のナッシュ積が大きく、各補修部材の効用値バラツキが小さい Sample5 がナッシュ交渉解に最も近いと考えられる。また、交渉が決裂した場合の利得 d_i を0とした(式(1))。

表-2 サンプル毎の効用値の総和とナッシュ積

サンプル	効用値の総和		効用値のナッシュ積	
	Σ	比率	Π	比率
当初	167.413	1.000	1.722E+12	1.000
Sample1	163.048	0.974	1.317E+12	0.765
Sample2	163.063	0.974	1.312E+12	0.762
Sample3	163.010	0.974	1.311E+12	0.762
Sample4	160.829	0.961	1.145E+12	0.665
Sample5	164.195	0.981	1.411E+12	0.819

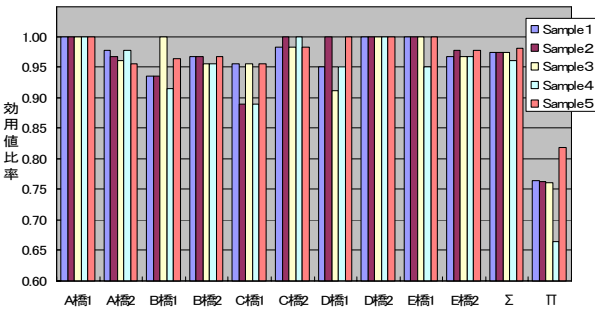


図-4 数値計算結果一覧

表-3 最適補修時期(Sample5)



表-3にSample5の前倒し後の補修時期を示す。

6. 補修時効用値の和を50年間効用値とする方法

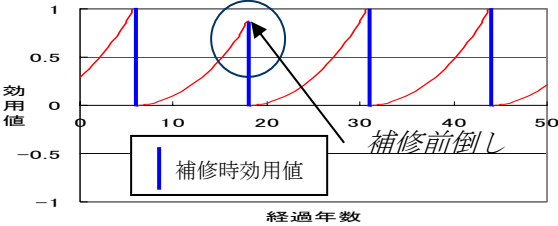


図-5 部材の50年間の効用値

前項の計算例で示した効用関数の積分値による方法と、補修時の効用値の和を50年間の補修部材の効用値とする方法では、50年間の補修回数が同じであれば、橋梁全体のナッシュ交渉解の傾向は変わらない。しかし、前倒しにより補修回数が増えた場合には、補修回数が増加した分だけ効用値が増え、有利となり実情と合わない場合が生じる。効用関数の積分値による方法は、このような影響がない。

7. まとめ

個々（各橋梁）の利得の最大化と全体（対象橋梁群全体）の利得の最大化を同時に図る手法を、ナッシュ交渉解を援用することで提示できたと考える。

現在まで土木分野でゲーム理論の援用が進んでいない要因は、各プレイヤーの利得を正當に設定することが難しいためである。本研究では、利得を健全度に対応した効用関数に変換し、利得を金額ではなく、どの時期に補修したらその橋梁(プレイヤー)にとって効用が高いかを効用値で表現したことで、ゲーム理論の援用の一手法を提示できたと考える。

参考文献

1) 喜多敏春, 近田康夫: ゲーム理論(ナッシュ交渉解)による橋梁維持管理計画の基礎的研究, 構造工学論文集, Vol.56A, 2010.3
2) 岡田章: ゲーム理論, 有斐閣, pp.257-292, 1996
3) 鈴木光男: 新ゲーム理論, 劉草書房, pp.147-172, 1994