

2次元正方都市モデルにおける 人口の集積・分散のパターン解析

東北大学 学○ 高澤 悠輝
東北大学 正 池田 清宏

1. はじめに

近年、経済地理学の分野では、数理モデルを用いて都市・地域および国際間における空間経済システムの変遷を説明する空間経済学が注目されてきている。都市の集積・分散現象を表現したモデルにおいて、輸送費の変化により均衡人口分布からの複数の均衡解が存在することが明らかになってきている²⁾。線形都市モデルでは図-1に示すように、人口が集中する都市の空間周期が分岐に伴い倍々になりながら集積が進行するという周期倍分岐が確認されている。本研究では2次元正方形メッシュにより形成した領域における人口の集積・分散挙動を、分岐現象という側面から調べることが目的とする。Forslid モデルとランダム効用理論に基づいた確率的都市選択モデルを用いることとする。

2. 都市モデル

本論文で用いた Forslid モデルについて簡単にまとめる。経済は、独占的競争が行われる工業部門と完全競争的な農業部門の2つの部門からなる。工業品の輸送には輸送費がかかり、農業品の輸送には輸送費はかからない。工業部門で働く High skilled worker が μ/σ 存在し、工業部門または農業部門で働く Low skilled worker が $(\sigma - \mu)/\sigma$ 存在する。High skilled worker は自身の効用を最大化するように確率的に都市間を移動することができるが、Low skilled worker は移動不可能であり、すべての都市に均等に分布しており、賃金1で一定である。消費者の効用最大化行動、生産者の利潤最大化行動、氷塊輸送などの原理を用いる。

確率的都市選択行動として、実質賃金 ω_r をランダムな確率変数と考える。以上から都市 r における High skilled worker の人口シェアを

$$\lambda_r = \exp(\theta\omega_r) / \sum_{s=1}^n \exp(\theta\omega_s) \quad (1)$$

と定義する。ここで、 θ は実質賃金に対する知覚誤差の分散を表すパラメータである。

都市群の形状として、本研究では図-2のように、都市を $N \times N$ の正方格子状に配置する。各都市からは上下・左右の隣り合った四方の都市との道を作成する。また都市に周期構造を持たせるため、最外殻の向かい合った都市間に仮想的な道を作成する。この道は内部の都市間を結ぶ道と同

じ距離を持つこととする。

3. 群による人口分布パターンの対称性の記述

図-3に示すように、次にあげる4つの基本変換の組み合わせを用いて人口分布パターン进行分类する。

- r : 中心点を基準に反時計回りに $\pi/2$ 回転する。
- s : x 軸に関して反転する。
- p_1 : x 軸方向に単位長さ並進移動する。
- p_2 : y 軸方向に単位長さ並進移動する。

これら4つの基本変換の積として、一般的な変換が

$$p_1^i p_2^j s^l r^m \quad (2)$$

$$i, j \in \{0, 1, \dots, N-1\}; l \in \{0, 1\}; m \in \{0, 1, 2, 3\}$$

と表される。

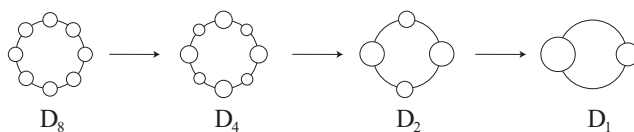


図-1 線形都市モデルにおける周期倍分岐の進行

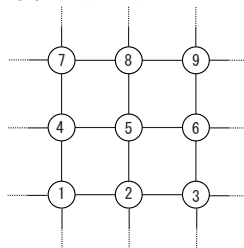


図-2 2次元都市モデル ($N=3$)

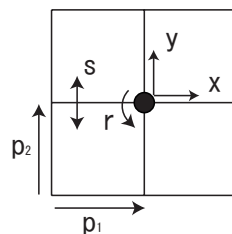


図-3 基本変換

4. 解析結果

2節で導入した都市モデルの非線形支配方程式の分岐解を数値解析により求めた結果についてまとめる。

(1) τ の減少に伴う都市の集積・再分散

$N=8$ において、輸送費パラメータ τ を十分大きい値から減少させ、分岐解を追跡することにより求めた解曲線を図-4に示す。ここで、横軸は τ 、縦軸はジニ係数である。ジニ係数は都市全体の人口の不平等さを表す数値であり、この値が大きいほど人口の集積が進んでいることを表す。また安定解を実線、不安定解を破線で表す。安定解に着目すると、輸送費が減少し、都市間の移動が便利になるにつれジニ係数の値が増加し、人口の集積が起こっていることが

Key Words: 都市の集積・分散, Forslid モデル, Logit モデル, 周期倍分岐カスケード, 群による対称性の記述

〒 980-8579 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 06 7F 数理システム設計学研究室

確認できる。 $\tau = 0$ 付近では、人口の再分散が起こっている。この集積・分散挙動は Forslid 確率的都市選択モデルの持つ基本的な性質である。

(2) 周期倍分岐

$N = 8$ において、安定解の人口分布パターン及び対称性を図-5に示す。各都市の人口はその都市の人口シェアの大きさに比例した円で表している。図中の矢印 $\rightarrow$ は対応する2つの解の間で分岐が生じていることを示す。($T_1, T_2, T_{12}, T_{-12}$) はそれぞれ、図-3の ($p_1, p_2, p_1 p_2, -p_1 p_2$) 方向の人口分布の空間周期を表す。表-1のように、分岐に伴い、周期が倍化する方向は4種類に分類できた。このように、線形都市モデルで見られた単純な周期倍分岐とは異なり、周期が倍化する方向が変化する複雑な周期倍分岐により、人口が集積している。

表-1 周期倍分岐

倍になる周期	分岐経路
T_1, T_2	(a) $\rightarrow$ (b), (d) $\rightarrow$ (f), (h) $\rightarrow$ (i)
T_{12}, T_{-12}	(b) $\rightarrow$ (d), (f) $\rightarrow$ (h), (i) $\rightarrow$ (j)
T_1, T_2, T_{12}	(b) $\rightarrow$ (c), (c) $\rightarrow$ (e), (e) $\rightarrow$ (g), (f) $\rightarrow$ (g)
T_{-12}	(c) $\rightarrow$ (f)

(3) 分岐による対称性の崩壊

図-6に $N = 3$ における人口分布図及び系の対称性を記す。 G_1 は人口が一樣分布となる基本解であり、対称変換 r, s, p_1, p_2 から生成される全ての変換(式(2)参照)に対し不変である。 G_1 からの分岐解である G_2 は、 G_1 の部分群となっており、対称性が低くなっている。同様に G_2 からの分岐解である G_3 は、 G_2 の部分群となっている。このように、分岐解の群は基本解の部分群となっており、分岐解は基本解に比べ対称性が低くなることが確認できた。

5. 結論

本研究では、平面上に都市が均等に存在する状態を周期境界条件を持つ2次元都市群を用いて表現した。その結果もとめられた様々な人口分布パターンの対称性を群により記述することで、分岐による対称性の変化を確認できた。また $N = 8$ において、線形都市モデルとは異なる分岐現象を発見することができた。本論文で発見的に調べた分岐現象の理論的枠組みを構築することが今後の課題である。

参考文献

- 1) Forslid, R. and G.I.P. Ottaviano, An analytically solvable core-periphery model, Journal of Economic Geography, 3, pp.229-340, 2003.
- 2) M. Fujita, P. Krugman, and A.J. Venables, The Spatial Economy: Cities, Regions, and Int. Trade, MIT Press, 1999.

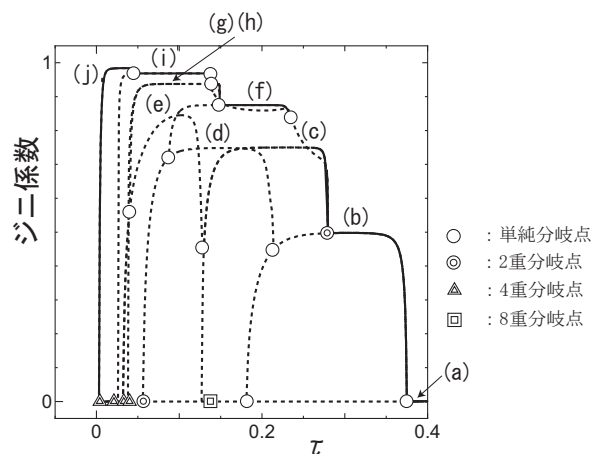


図-4 輸送費パラメータ-ジニ係数曲線 ($N = 8$)

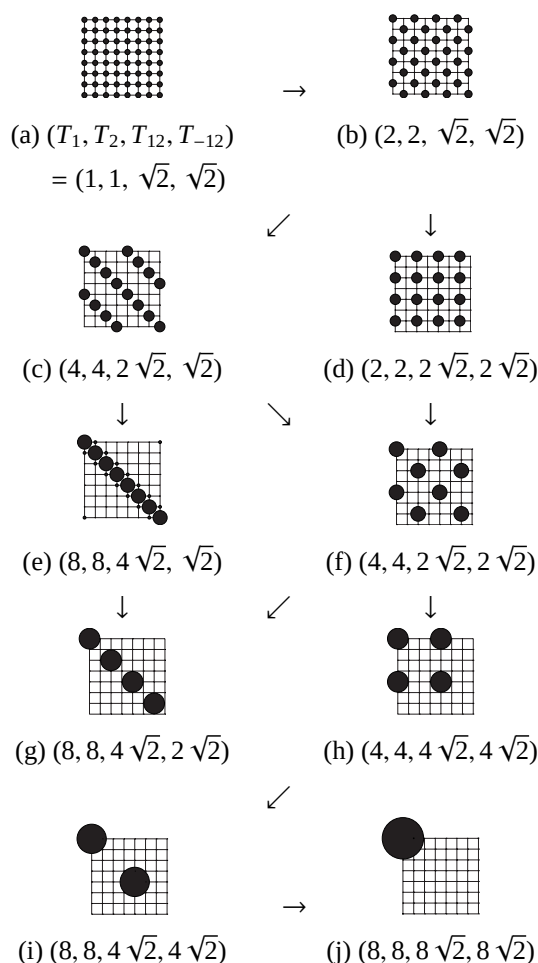


図-5 周期倍分岐による集積の進行図

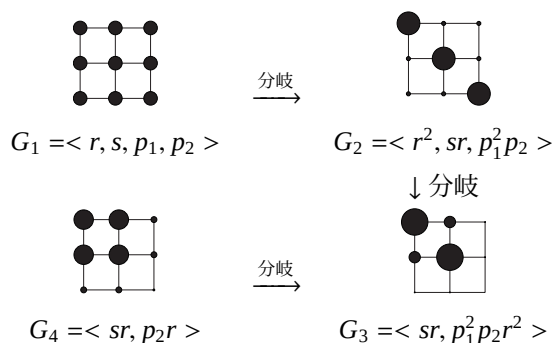


図-6 分岐による対称性の崩壊の模式図