

砂の繰返しせん断応力ひずみ関係の三次元モデル化に関する検討

神戸市立工業高等専門学校 正会員 ○並河 努

東京大学生産技術研究所 正会員 古関 潤一

University of Moratuwa 正会員 Laddu Indika Nalin De Silva

1. はじめに

繰返しせん断応力下における砂の応力ひずみ関係を表現する簡易一次元モデルとして、骨格曲線と Masing 則にもとづく履歴曲線よりなる非線形モデルが用いられることが多いが、せん断応力比が大きい繰返しせん断応力下においては、砂の応力ひずみ関係を Masing 則で適切に表現できないことが明らかとなっている¹⁾。著者らは、排水一定応力振幅条件において、繰返し载荷にともない変化するひずみ振幅を適切に表現できる一次元モデルを提案してきた。本モデルでは、骨格曲線には一般化双曲線関数 (GHE)²⁾ を適用し、Masing 則において累積せん断ひずみに伴う硬化の影響などを考慮しており、大振幅の繰返し応力下における砂の排水せん断挙動においてその妥当性は確認されている。本編では、これまで提案してきた一次元モデルの三次元への拡張に関する検討について報告する。

2. 三次元モデル化

一次元モデルの三次元化において弾塑性モデルを適用した。降伏面には平均応力の依存性を考慮した Von Mises の基準を用いた。

$$\sqrt{\frac{1}{2}s_{ij}s_{ij}} - pk_y = 0 \quad (1)$$

ここで、 s_{ij} は偏差応力、 p は平均応力、 k_y は内部変数である。

履歴曲線における Masing 則の表現には INS model (Model with infinite number of nesting surfaces)³⁾ を用いた。INS model では応力反転後の応力状態は応力反転点を相似中心とする活動負荷面上に存在することになる (図 1 参照)。活動負荷面は次式で表すことができる。

$$\sqrt{\frac{1}{2}(s_{ij} - p\alpha_{ij}^a)(s_{ij} - p\alpha_{ij}^a)} - pk_a = 0 \quad (2)$$

ここで、 α_{ij}^a は活動負荷面の中心、 k_a は内部変数である。

応力が (1) 式で表現される降伏面上にある場合、応力ひずみ関係は骨格曲線の関係となる。本モデルでは塑性偏差ひずみの不変量と内部変数の関係に次に示す一般化双曲線関数 (GHE) を適用することにより骨格曲線を表現する。

$$k_y = \frac{\bar{\varepsilon}_y^p}{\frac{1}{C_1(\bar{\varepsilon}_y^p)} + \frac{\bar{\varepsilon}_y^p}{s(\bar{\chi}^p)C_2(\bar{\varepsilon}_y^p)}}, \quad \bar{\varepsilon}_y^p = \sqrt{\frac{1}{2}\varepsilon_{ij}^{spx}\varepsilon_{ij}^{spx}} \quad (3)$$

$$C_1(\bar{\varepsilon}_y^p) = \frac{C_1(0) + C_1(\infty)}{2} + \frac{C_1(0) - C_1(\infty)}{2} \cos \left[\pi \left\{ \left(\frac{a/\bar{\varepsilon}_y^p}{\bar{\varepsilon}_y^p} \right)^{m_i} + 1 \right\}^{-1} \right] \quad (4)$$

$$C_2(\bar{\varepsilon}_y^p) = \frac{C_2(0) + C_2(\infty)}{2} + \frac{C_2(0) - C_2(\infty)}{2} \cos \left[\pi \left\{ \left(\frac{b/\bar{\varepsilon}_y^p}{\bar{\varepsilon}_y^p} \right)^{n_i} + 1 \right\}^{-1} \right] \quad (5)$$

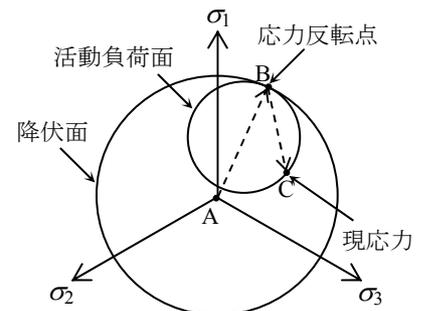


図 1 INS model 模式図
応力経路：A→B→C

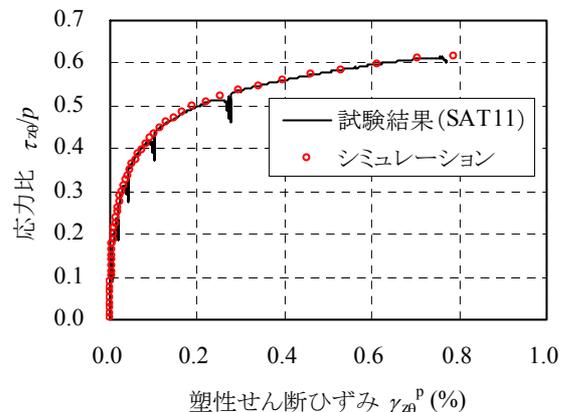


図 2 試験結果¹⁾ (骨格曲線) のシミュレーション
 $C_1(0)=10000, C_1(\infty)=3200, C_2(0)=0.58, C_2(\infty)=0.75, a=0.00005, b=0.005, m^i=1, n^i=1$

キーワード 砂, 繰返しせん断, 弾塑性モデル

連絡先 〒651-2194 神戸市西区学園東町8丁目3番 神戸市立工業高等専門学校 都市工学科 TEL078-795-3269

$$s(\bar{\chi}^p) = 1 + \bar{\chi}^p \left\{ S_\alpha + \frac{\bar{\chi}^p}{S_{ult} - 1} \right\}^{-1}, \quad \bar{\chi}^p = \sqrt{\frac{1}{2} \chi_{ij} \chi_{ij}} \quad (6)$$

ここで、 ε_{ij}^{sp} は降伏面上で生じた塑性偏差ひずみ、 $C_1(0)$ 、 $C_1(\infty)$ 、 $C_2(0)$ 、 $C_2(\infty)$ 、 a 、 b 、 m_i 、 n_i は GHE に関する材料パラメータである。 $s(\bar{\chi}^p)$ は繰返し履歴に伴う硬化を表現する関数で、 χ_{ij} は現応力反転点までの累積塑性偏差ひずみ、 S_α と S_{ult} は材料パラメータである。

応力が活動負荷面上にある場合、応力ひずみ関係は履歴曲線の関係となり、活動負荷面上での塑性偏差ひずみと内部変数 k_a は次式で表現される。

$$k_a = \frac{\bar{\varepsilon}_a^p}{\frac{2}{C_1\left(\frac{\bar{\varepsilon}_a^p}{2}\right) + \frac{\bar{\varepsilon}_a^p}{s(\bar{\chi}^p)C_2\left(\frac{\bar{\varepsilon}_a^p}{2}\right)}} \quad (7)$$

$$\bar{\varepsilon}_a^p = \sqrt{\frac{1}{2} \varepsilon_{ij}^{spa} \varepsilon_{ij}^{spa}}$$

ε_{ij}^{spa} は応力反転後に生じた塑性偏差ひずみである。 $s(\bar{\chi}^p)$ は骨格曲線と同様に(6)式で表現されるが、 $S_{ult}=1$ の場合 $s(\bar{\chi}^p)=1$ となり、本モデルは Masing 則に従うことになる。

3. モデルの検証とまとめ

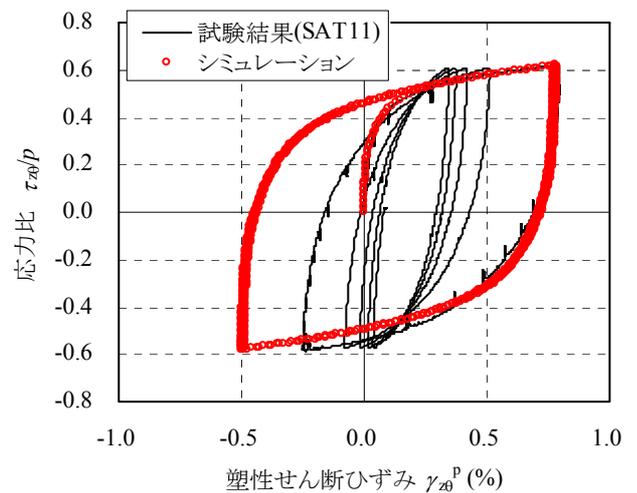
豊浦砂の排水繰返しせん断試験結果（平均有効応力：100kPa）¹⁾と弾塑性モデルによる要素試験シミュレーションの比較を行った。初期載荷時の塑性せん断ひずみとせん断応力の関係を図 2 に示す。ここで、せん断弾性係数は 125MPa として塑性せん断ひずみを算定している。図 2 は骨格曲線を表すことになるが、一般化双曲線関数（GHE）を用いることにより、提案モデルは試験結果を精度よく表現できることがわかる。

繰返し載荷下での応力ひずみ関係を図 3 に示す。試験は応力制御で実施されており、応力振幅はピーク強度の 75%程度である。試験結果では繰返し載荷にともないひずみ振幅が徐々に減少していくことがわかる。図 3(a)では、 $s(\bar{\chi}^p)=1$ の条件でのシミュレーション結果を示している。前述したようにこの場合 Masing 則は表現されているが、繰返し載荷にともなうひずみ振幅の減衰は表現されない。図 3(b)は(6)式による $s(\bar{\chi}^p)$ の変化を考慮したシミュレーション結果を示している。提案モデルはほぼ試験結果を表現できていることがわかる。

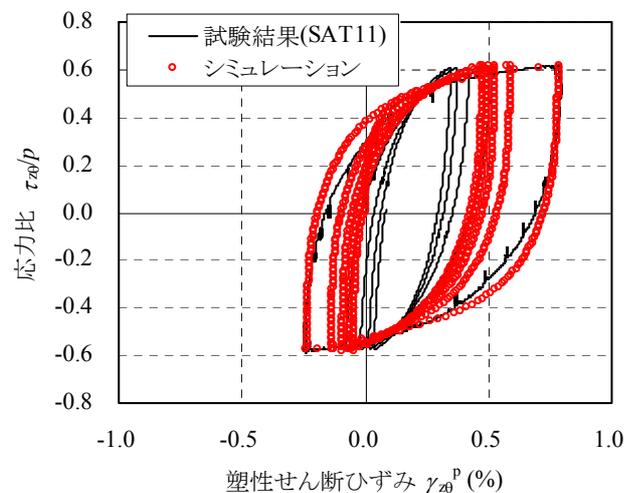
繰返し載荷にともない変化するひずみ振幅を適切に表現できる一次元モデルを弾塑性モデルにより三次元に拡張した。今後は、ダイレタンシー特性に関しても本弾塑性モデルに組み入れる予定である。

参考文献

- 1) L.I.N. De Silva (2008) : Deformation characteristics of sand subjected to cyclic drained and undrained torsional loading and their modeling. Doctor of Engineering Thesis, The University of Tokyo.
- 2) 龍岡文夫、渋谷啓 (1991) : Modelling of non-linear stress-strain relations of soils and rocks - Part 2, new equation -. 生産研究, Vol.43, No.10, pp.13-15.
- 3) Z. Mroz, V.A. Norris, O.C. Zienkiewicz (1981): An anisotropic, critical state model for soils subject to cyclic loading. Geotechnique, Vol.31, No.4, pp.451-469.



(a) $S_{ult}=1$ 、 $S_\alpha=1$ ($s(\bar{\chi}^p)=1$)



(b) $S_{ult}=1.35$ 、 $S_\alpha=0.1$

図 3 繰返し載荷試験結果¹⁾のシミュレーション
GHE に関するパラメータは図 2 と同じ