

飽和粘土の等方硬化と移動硬化を含む後続降伏関数 (その1)

法政大学 学生会員 ○渡邊 ゆり
 法政大学 正会員 草深 守人
 法政大学 正会員 牧野 立平

1. まえがき

本文は、一般に普及している通常の三軸試験機を利用した CU_v 試験や KOCU_v 試験データから決定可能な飽和粘性土の負荷関数に関する一試みについて述べたものである。ここで示す負荷関数は、応力の完全二次形式から出発した Desai の降伏関数を基本形として、物理的意味が直接的でない偏差応力の第三不変量の項を省略し、等方硬化項や移動硬化項を考慮しようとするものである。

2. 等方硬化と移動硬化を含む降伏関数

構造の発達した粘性土は、図1に示すように塑性変形の進行に伴ってその構造を変え、降伏曲面はその大きさのみならず移動を伴うと考えるのが自然である。そこで、飽和粘土の硬化は等方硬化と移動硬化が同時に生じるものと仮定する。

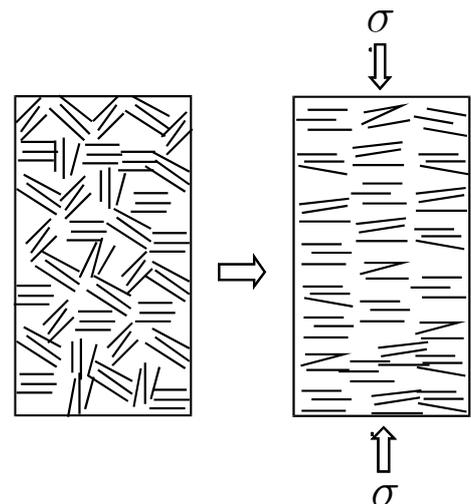


図1 粘土骨格の構造変化

(1) 等方硬化のみを生じる降伏関数

今、体積ひずみを生じない非排水条件での飽和粘土の降伏関数は、等方硬化のみを生じるとして von Mises 型の降伏関数に従うと仮定し、式(1)を次式のように表すこととする。

$$F_{\kappa} = f(\sigma) - K(\kappa, p_{c0}) = \sqrt{\frac{1}{2} \mathbf{s} : \mathbf{s}} - K(\kappa, p_{c0}) \quad (1)$$

ここで、 \mathbf{s} は偏差応力テンソルであり、 p_{c0} は初期圧密圧力である。

また、等方硬化関数 $K(\kappa, p_{c0})$ は、ひずみ履歴の関数である硬化パラメータ κ を用いて次式で表すことができるものとする。

$$K(\kappa, p_{c0}) = \frac{1}{\sqrt{3}} \bar{\sigma}(\kappa, p_{c0}) = \frac{1}{\sqrt{3}} \bar{\sigma} \left(\int d\bar{\epsilon}^p, p_{c0} \right) \quad (2)$$

(2) 移動硬化のみを生じる降伏関数

飽和粘土の降伏関数は、排水条件下では塑性変形の進行に伴ってその構造を変え移動硬化のみを生じ、移動後の降伏曲面の大きさは変化しないとして次式のように表す。

$$F_{\alpha} = f(\sigma - \alpha) - K_o(p_{c0}) = \sqrt{\frac{1}{2} \mathbf{s}^* : \mathbf{s}^*} - K_o(p_{c0}) \quad (3)$$

ここで、 α は背応力テンソル、 \mathbf{s}^* は $\sigma - \alpha$ の偏差成分として次式で定義する。

$$\mathbf{s}^* = \mathbf{s} - \left(\alpha - \frac{1}{3} tr \alpha \cdot \mathbf{I} \right) \quad (4)$$

(3) 等方硬化と移動硬化を生じる降伏関数

等方硬化と移動硬化を同時に生じるとした負荷関数 F を、式(3)右辺第二項を式(2)の $K(\kappa, p_{c0})$ で置き換えた次式で定義する。

キーワード 飽和粘土, 降伏関数, 等方硬化, 移動硬化, 背応力

連絡先 〒184-8584 東京都小金井市梶野町3丁目 法政大学 大学院 TEL 042-387-6033

$$F = f(\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\alpha}) - K(\kappa, p_{co}) = \sqrt{\frac{1}{2} \mathbf{s}^* : \mathbf{s}^*} - \frac{1}{\sqrt{3}} \bar{\sigma}(\kappa, p_{co}) \tag{5}$$

または、不変量を用いた表現として、

$$F = \sqrt{J_{2D}^*} - \frac{1}{\sqrt{3}} \bar{\sigma}(\kappa, p_{co}) = 0 \tag{6}$$

あるいは、次のように書くことも出来る。

$$F = \sqrt{\{\mathbf{s}^*\}^T [\mathbf{B}] \{\mathbf{s}^*\}} - \frac{1}{\sqrt{3}} \bar{\sigma}(\kappa, p_{co}) = 0 \tag{7}$$

ここで、 J_{2D}^* は式(4)で定義したテンソルの第二不変量であり、 $\{\mathbf{s}^*\}$ と $[\mathbf{B}]$ はそれぞれ次式で定義する。

$$\{\mathbf{s}^*\}^T = [s_{11}^*, s_{22}^*, s_{33}^*, s_{12}^*, s_{23}^*, s_{31}^*] \tag{8} \quad [\mathbf{B}] = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{9}$$

3. 等方・移動硬化降伏曲面の幾何学的性質

図2は、式(7)によって表される等方・移動硬化降伏曲面を3次元主応力空間上で表示した例であり、移動硬化によって降伏曲面の中心が静水圧応力軸に対してずれていることが分かる。さらに、この降伏曲面を π -平面上で表すと図3のようになり、降伏曲面の中心が塑性ひずみの進展に伴って移動する様子が表現されている。

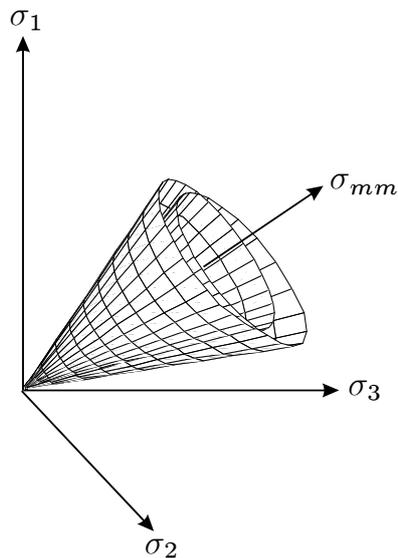


図2 等方硬化降伏曲面式(1)と等方・移動硬化降伏曲面式(7)の比較

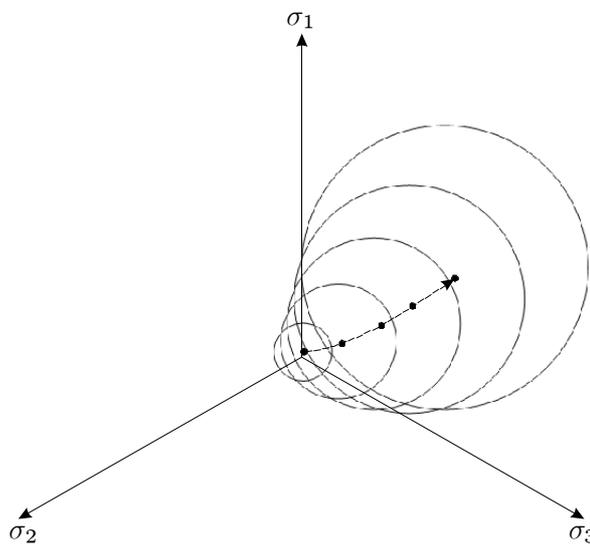


図3 塑性ひずみの進展に伴う降伏曲面の移動

4. あとがき

ここで示した降伏関数の材料定数の決定方法および実験値との比較については、同一論文題目(その2)で報告しているので合わせて参照願いたい。

参考文献：田中喜久照，長岐滋，井上達雄：個体力学と相変態の解析，大河出版，pp. 61-65, 1995.