

土粒子の密度試験結果の不確かさ算定方法

(協) 関西地盤環境研究センター 正会員 ○中田 有美・澤 孝平・中山 義久

1. はじめに 1980 年ごろから CIPM (国際度量衡委員会) において測定の不確かさ評価について検討され、1993 年には VIM (測定についての用語) において「不確かさ (uncertainty)」が統一用語として定義された。また、同年に発行された GUM (測定の不確かさについてのガイド) ではこの不確かさの評価手法と計算手順が示された。最新の VIM や GUM は 2007 年、2008 年に発行されている。わが国では、2004 年に改定された JIS に基づく「試験所」の認定要件として、測定値の精度を不確かさとして表記することとしている。本文は土粒子の密度試験結果の不確かさを求める方法を提案する。

2. 不確かさ算定の手順 一般に、不確かさの算定は図-1 の手順で行われる。土粒子の密度試験について、試験結果に影響するばらつきの要因をまとめたものが図-2 である。

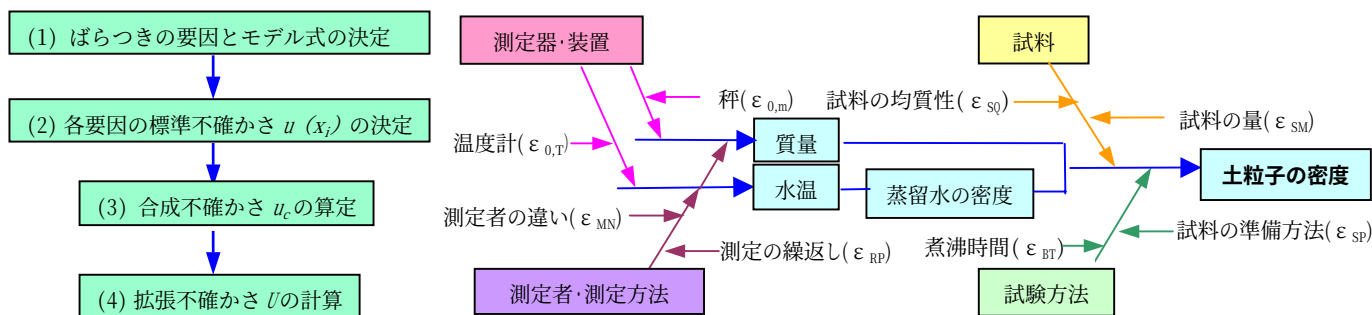


図-1 測定結果の不確かさ算定手順

図-2 土粒子の密度試験結果のフィッシュボーン図

この図に従い、ばらつきの要因と測定のモデル式及び各要因の標準不確かさの算定方法について説明する。

(1) 質量・水温・蒸留水の密度の不確かさ 秤・温度計を用いて測定する質量と水温の不確かさには、測定機器の不確かさと測定者の違い及び測定の繰返しの不確かさが影響する。これをモデル式で表示すると、次のようである。

$$m = \mu_m + \varepsilon_{0,m} + \varepsilon_{MN,m} + \varepsilon_{RP,m} \cdots (1) \quad \text{及び} \quad T = \mu_T + \varepsilon_{0,T} + \varepsilon_{MN,T} + \varepsilon_{RP,T} \cdots (2)$$

ここに、 m と T は質量と水温の測定値であり、 μ_m と μ_T は m と T の真値、 $\varepsilon_{0,m}$ と $\varepsilon_{0,T}$ は秤と温度計の偏差、 $\varepsilon_{MN,m}$ と $\varepsilon_{MN,T}$ は測定者の違いによる m と T の偏差、 $\varepsilon_{RP,m}$ と $\varepsilon_{RP,T}$ は測定の繰返しによる m と T の偏差である。土粒子の密度試験では、質量として空のピクノメータ (m_f)、それに蒸留水を入れたもの (m_a')、炉乾燥試料を入れたもの (m)、試料と蒸留水を入れたもの (m_b) について、水温として m_b と m_a' を測定するときの T と T' について、式(1)及び式(2)と同様のモデル式が表示できる。

これらのモデル式に誤差の伝播則を適用すると、質量及び水温の標準不確かさ $u(m)$ 及び $u(T)$ が次のように表される。

$$u^2(m) = u_0^2(m) + u_{MN}^2(m) + u_{RP}^2(m) \cdots (3) \quad \text{及び} \quad u^2(T) = u_0^2(T) + u_{MN}^2(T) + u_{RP}^2(T) \cdots (4)$$

ここに、 $u_0(m)$ と $u_0(T)$ は秤と温度計の標準不確かさ、 $u_{MN}(m)$ と $u_{MN}(T)$ は測定者の違いによる質量と水温の標準不確かさ、 $u_{RP}(m)$ と $u_{RP}(T)$ は測定の繰返しによる質量と水温の標準不確かさである。 m_f 、 m_a' 、 m_b 及び T' についても式(3)及び式(4)と同様の式により標準不確かさが表わされる。 $u_0(m)$ と $u_0(T)$ は秤と温度計の校正結果から求める。また、 $u_{MN}(m)$ と $u_{MN}(T)$ 及び $u_{RP}(m)$ と $u_{RP}(T)$ は、一つのピクノメータについて測定者 3 名が 3 回ずつ繰返し測定した検証実験 I (表-1) より求める。さらに、水温 T と T' の標準不確かさ $u(T)$ 及び $u(T')$ から蒸留水の密度 ρ_{wT} と $\rho_{wT'}$ の標準不確かさ $u(\rho_{wT})$ 及び $u(\rho_{wT'})$ を求める。

(2) 土粒子密度の不確かさ (1) で求めた質量及び蒸留水の密度の標準不確かさ以外に、試料の状況 (試料の均質性と量) 及び試験方法 (試料の準備方法と煮沸時間) が土粒子密度 ρ_s に影響する。従って、モデル式は次のようである。

$$\rho_s = \frac{m - m_f}{m + (\rho_{wT}/\rho_{wT'})(m_a' - m_f) - m_b} \rho_{wT} + \varepsilon_{SP} + \varepsilon_{BT} + \varepsilon_{SM} + \varepsilon_{SQ} \cdots (5)$$

ここに、 ε_{SP} 、 ε_{BT} 、 ε_{SM} 及び ε_{SQ} は試料の準備方法、煮沸時間、試料の量及び試料の均質性 (試料の違い) についての土粒子密度の偏差である。このモデル式に誤差の伝播則を適用すると、土粒子密度の合成不確かさ $u_c(\rho_s)$ が次式のように表される。

キーワード 精度, 不確かさ, モデル式, 土粒子の密度試験

連絡先 〒566-0042 大阪府摂津市東別府 1-3-3 協同組合 関西地盤環境研究センター TEL:06-6827-8833

$$u_c^2(\rho_s) = c_m^2 \cdot u^2(m) + c_{md}^2 \cdot u^2(m_a') + c_{mb}^2 \cdot u^2(m_b) + c_{mf}^2 \cdot u^2(m_f) + c_{\rho_{WT}}^2 \cdot u^2(\rho_{WT}) + c_{\rho_{WT}'}^2 \cdot u^2(\rho_{WT}') + u_{SP}^2(\rho_s) + u_{BT}^2(\rho_s) + u_{SM}^2(\rho_s) + u_{SQ}^2(\rho_s) \cdots (6)$$

ここに、 $c_m = \partial \rho_s / \partial m$, $c_{ma'} = \partial \rho_s / \partial m_a'$, $c_{mb} = \partial \rho_s / \partial m_b$, $c_{mf} = \partial \rho_s / \partial m_f$, $c_{\rho_{WT}} = \partial \rho_s / \partial \rho_{WT}$, $c_{\rho_{WT}'} = \partial \rho_s / \partial \rho_{WT}'$ は感度係数と呼ばれるものであり、この場合は各質量測定標準不確かさ $u(m)$ 、 $u(m_a')$ 、 $u(m_b)$ 、 $u(m_f)$ 及び蒸留水の密度の標準不確かさ $u(\rho_{WT})$ 、 $u(\rho_{WT}')$ を土粒子密度の標準不確かさ $u(\rho_s)$ に換算する係数である。一方、 $u_{SP}(\rho_s)$ 、 $u_{BT}(\rho_s)$ 、 $u_{SM}(\rho_s)$ 、 $u_{SQ}(\rho_s)$ は試料の準備方法、煮沸時間、試料の量、試料の均質性による土粒子密度の標準不確かさであり、検証実験Ⅱ（表-1）より求める。

表-1 検証実験の内容

検証実験	試料No.	測定者	繰返し回数	準備方法	煮沸時間	試料の量
I	0	A, B, C	3回	炉乾燥法	2時間	20 g
II	1~5	A	1回	炉乾燥法	2時間	20g
	6~10			非乾燥法	30分	
	11~15			非乾燥法	30分	
	16~20			炉乾燥法	2時間	10g
	21~25					
	26~30					
	31~35					

表-2 検証実験Ⅰの結果

質量 水温	測定の 繰返し	測定者			平均値
		A	B	C	
m (g)	1	66.657	66.658	66.656	66.658
	2	66.658	66.659	66.657	
	3	66.657	66.659	66.657	
m _{a'} (g)	1	151.493	151.505	151.498	151.498
	2	151.494	151.504	151.494	
	3	151.493	151.512	151.493	
m _b (g)	1	164.338	164.355	164.342	164.344
	2	164.337	164.350	164.350	
	3	164.334	164.348	164.340	
m _f (g)	1	46.077	46.077	46.078	46.078
	2	46.078	46.077	46.078	
	3	46.078	46.078	46.078	
T' (°C)	1	23.5	23.5	23.5	23.50
	2	23.5	23.5	23.5	
	3	23.5	23.5	23.5	
T (°C)	1	23.5	23.0	23.0	23.17
	2	23.5	23.0	23.0	
	3	23.5	23.0	23.0	

3. 結果と考察 (1) 検証実験Ⅰの結果（表-2） 表-2の結果から分散分析により求めた測定者の違い及び測定の繰返しによる標準偏差から、それぞれの不確かさを求め、これに秤と温度計の校正結果による不確かさを、式(3)、(4)により合成すると、表-3が得られる。さらに、水温 (T) と蒸留水の密度 (ρ_w) の線形近似式 $\rho_w = -0.0002T + 1.0023$ から、蒸留水の密度の標準不確かさ $u(\rho_w) = 0.0002 \cdot u(T)$ を求めることができる。

(2) 検証実験Ⅱの結果（表-4）

① 試料の準備方法の違い及び試料の量の違いによる土粒子密度の標準不確かさ：試験結果の分散分析より次のように求められる。

$$u_{SP}(\rho_s) = 0.006815 \text{ (g/cm}^3\text{)}$$

$$u_{SM}(\rho_s) = 0.004900 \text{ (g/cm}^3\text{)}$$

② 煮沸時間 (t) の違いによる影響：実験結果の回帰式 $\rho_s = 2.593 + 0.0000733t$ と、煮沸時間が30分と120分の間で一様分布に従うと仮定して $u(t) = (120 - 30) / 2\sqrt{3} = 25.98$ (分) から、 $u_{BT}(\rho_s) = 0.0000733 \times 25.98 = 0.001904 \text{ (g/cm}^3\text{)}$ となる。

③ 試料の均質性（試料の違い）の影響：試料の準備方法・煮沸

時間・試料の量の検証実験には $10 + 10 + 15 = 35$ 個の試料の結果があり、それぞれの分散分析における試料の違いによる変動と自由度を統合して、試料の違いによる不確かさは $u_{SQ}(\rho_s) = 0.003369 \text{ (g/cm}^3\text{)}$ となる。

(3) 合成不確かさと拡張不確かさ 以上の結果をまとめたものが表-5である。土粒子密度は、

$$\rho_s = 2.599 \text{ (g/cm}^3\text{)} \pm 0.022 \text{ (g/cm}^3\text{)} \quad (k=2) \cdots (7)$$

であり、土の試験結果の精度としては十分である。

4. おわりに 土粒子密度の不確かさを算出する方法を提案した。今回の評価では、試料の準備方法の違い、試料の量の違い、試料の均質性（試料の違い）、蒸留水の密度が、試験結果の精度に大きく影響している。

表-3 質量と水温の標準不確かさ

項目	質量				水温	
	m (g)	m _{a'} (g)	m _b (g)	m _f (g)	T' (°C)	T (°C)
要因の標準 不確かさ	秤・温度計の校正	0.00025	0.0005	0.0005	0.00025	0.5
	測定者の違い	0.0009623	0.0072572	0.0069841	0.0001925	0
	測定の繰返し	0.0005774	0.0029627	0.0038873	0.0004714	0
質量・水温の標準不確かさ	0.0011497	0.0078546	0.0080087	0.0005672	0.50000	0.57735

表-4 検証実験Ⅱの結果（単位:g/cm³）

試料の 違い	試料の準備方法		煮沸時間		試料の量		
	炉乾燥法	非乾燥法	30分	120分	10g	20g	30g
1	2.606	2.619	2.597	2.607	2.599	2.597	2.591
2	2.604	2.627	2.598	2.600	2.577	2.595	2.592
3	2.606	2.618	2.595	2.603	2.580	2.595	2.603
4	2.605	2.611	2.593	2.604	2.587	2.596	2.600
5	2.599	2.599	2.595	2.597	2.589	2.596	2.595
平均	2.604	2.615	2.596	2.602	2.586	2.596	2.596

表-5 土粒子密度のバジェットシート

要因	標準不確かさ $u(x)$	感度係数 c_x	$u(x) = c_x \cdot u(x)$
質量 測定	m 0.0011497 (g)	-0.21358 (g/cm ³ /g)	0.000246 (g/cm ³)
	m _{a'} 0.0078546 (g)	0.34244 (g/cm ³ /g)	0.002690 (g/cm ³)
	m _b 0.0080087 (g)	-0.34241 (g/cm ³ /g)	0.002742 (g/cm ³)
	m _f 0.0005672 (g)	0.21361 (g/cm ³ /g)	0.000121 (g/cm ³)
蒸留水 の密度	0.0001155 (g/cm ³)	36.193	0.004180 (g/cm ³)
	ρ_{WT} 水温 (T) 0.5774 (°C)		
	感度係数 0.0002 (g/cm ³ /°C)		
	0.0001000 (g/cm ³)	-29.123	0.002912 (g/cm ³)
	ρ_{WT}' 水温 (T') 0.5000 (°C)		
	感度係数 0.0002 (g/cm ³ /°C)		
準備方法の違い	0.006815 (g/cm ³)	1	0.006815 (g/cm ³)
煮沸時間の違い	25.98 (min)	0.0000733 (g/cm ³ /min)	0.001905 (g/cm ³)
試料の量の違い	0.004900 (g/cm ³)	1	0.004900 (g/cm ³)
試料の違い	0.003369 (g/cm ³)	1	0.003369 (g/cm ³)
合成不確かさ $u_c(\rho_s)$			0.01124 (g/cm ³)
拡張不確かさ $U = k \cdot u_c(\rho_s)$ $k=2$			0.02247 (g/cm ³)

【参考文献】 澤孝平：土粒子の密度試験結果の不確かさ算定方法、不確かさノート NO.3, <http://www7b.biglobe.ne.jp/~heko100117/> (2010.4 取得)