破断を考慮したMPM-FDM法による越流時の河川堤防の浸透ー変形連成解析

京都大学大学院　学生会員　後藤 優典 (現西日本旅客鉄道㈱)
京都大学大学院　正会員　肥後 陽介
京都大学大学院　フェロー会員　岡 二三生
京都大学大学院　正会員　木元 小百合
京都大学大学院　学生会員　西村 太佑

1. はじめに

有限要素法解析においてメッシュの絡み合いなどから計算精度が低下するような地盤の大変形問題の解析において，連続体を有限の粒子の運動として近似する粒子法の研究が進められている．Material Point Method (MPM)[1)]は粒子法の一種であり，連続体をLagrangian質点に離散化し，計算はEuler格子で行うため，大変形問題を無理なく解析する事ができる手法として流体・固体力学で発展し，地盤力学の分野でも近年適用されてきている．

越流時の河川堤防は，川裏側の法尻や堤防斜面が越流水によって洗掘され進行的に破壊していく．すなわち，洗掘された土は元の連続体から破断した状態となる．MPMでは，変形過程において，ある粒子が存在する格子に隣接する格子に粒子が無い場合，その粒子は他の粒子と相互作用を持たなくなり，破断した状態となるが，越流時の洗掘などの実現象では粒子同士が近傍に位置する状態においても破断が生じる．そこで本研究では，現在まで開発を行ってきた多相連成MPM-FDM解析法[2)]に新たな破断条件を導入し，越流時の河川堤防の浸透ー変形連成解析に適用した．

2. 多相連成MPM-FDM法の支配方程式

不飽和土の多相連成挙動を解析するため，簡易三相法に基づく支配方程式[2),3)]を定式化し，固相をMPMで，液相をFDMで離散化した．

不飽和土の応力変数として骨格応力を用いた。骨格応力テンソルσ'_{ij}は次式で定義される．

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - \{p^a(1-S_r) + p^w S_r\}\delta_{ij} \tag{1}$$

ここで，σ_{ij}は全応力テンソル，δ_{ij}はKroneckerのデルタ，p^aは間隙空気圧，p^wは間隙水圧，S_rは飽和度である．

簡易三相系法に基づき，運動方程式と液相の連続式は以下のように与えられる．

$$\rho \ddot{u}_i^s = \sigma_{ji,j} + \rho b_i \tag{2}$$

$$\left\{ \frac{k}{\rho^f g}\left(\rho^f \ddot{u}_i^s + p_{,i}^f - \rho^f b_i\right) \right\}_i + S_r \dot{\varepsilon}_{ii}^s + \frac{n}{K^f}\dot{p}^f = 0 \tag{3}$$

ここで，ρは混合体の密度，$\ddot{u}_i^s$は固相の加速度ベクトル，b_iは物体力ベクトル，kは透水係数，ρ^fは流体の密度，gは重力加速度，$\dot{\varepsilon}_{ii}^s$は固相の体積ひずみ速度，nは間隙率，K^fは流体の体積弾性係数，上付きの・は時間微分を表す．

気相の連続式も定式化するが，簡易三相系法では，空気の圧縮性が非常に高いことから，気相の連続式は常に満足されていると仮定する．

次にMPM-FDM連成法の支配方程式を示す。ここでは未知数を格子点の運動量増分ΔP_Iと格子中心の間隙水圧p_E^fとしている．

$$\begin{bmatrix} 1 & -S_r\{K_v\}\Delta t & 0 \\ \dfrac{-\{K_v\}^T}{[M]} & (A'-\alpha')\Delta t & \{\alpha'_i\}^T\Delta t \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta P_I \\ p_E^f \\ p_{Ei}^f \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} (f_I^{int} + f_I^{ext})\Delta t \\ R_I^f \Delta t \end{Bmatrix} \tag{4}$$

$$[M] = \sum_{p=1}^{N_p} M_p N_I(X_p) \tag{5}$$

$$f_I^{int} = -\sum_{p=1}^{N_p} M_p \sigma'^s(X_p) G_{Ip} \tag{6}$$

ここで，$[M]$はLumped massマトリクス，M_pは粒子の質量，N_pは粒子数である．N_Iは格子の基底関数で，有限要素法のアイソパラメトリック要素の形状関数と同様の関数を用いる。X_pは粒子の座標，σ'^sは粒子の比骨格応力，G_{Ip}は基底関数N_Iの空間勾配ベクトル，f_I^{int}は内力ベクトル，f_I^{ext}は外力ベクトル，R_I^fは連続式の右辺である．定式化の詳細は参考文献[2)]を参照されたい．また，粒子の速度は以下のように更新される．

$$V_p^{k+1} = V_p^k + \sum_{i=1}^{N_n}\sum_{j=1}^{N_n}[M]^{-1}\Delta P_I\, N_I(X_p)^k \tag{7}$$

3. 破断を考慮したMPM解析

3.1　破断条件

MPMの解析において，隣接する格子に粒子が存在する場合でも，破断が起こるように破断条件を設定する．通常のアルゴリズムで解析を行うと，破断が起こった時点で隣接する格子に粒子が存在すれば，格子点を共有するため，相互作用がある．そこで図1に示すように，破断した粒子の計算については，共有格子点を固定境界と考え，元の連続体とは相互作用せずに重力と初速に従って剛体上を移動していくとする．破断した粒子は元の連続体の上に乗っているため，自重は元の連続体に働くとする．

粒子が破断したかを判定する閾値としては，粒子間距離やひずみなどが考えられる．本研究で用いる構成式は砂の繰返し弾塑性構成式[4)]であり，塑性偏差ひずみの蓄積量γ^pによってせん断剛性を低減させている．また，越流水による掃流力は斜面の接線方向にせん断力として働くと考えられる．これらから，破断条件として蓄積塑性偏差ひずみγ^p　($=\int d\gamma^p$，$d\gamma^p = (de_{ij}^p de_{ij}^p)^{1/2}$，$de_{ij}^p$：塑性偏差ひずみ増分テンソル）を採用し，$\gamma^p$が閾値を超えると破断するとした．

キーワード　MPM　不飽和土　連成解析
連絡先　〒615-8540　京都府京都市西京区京都桂Cクラスター C1-4棟　TEL 075-383-3193

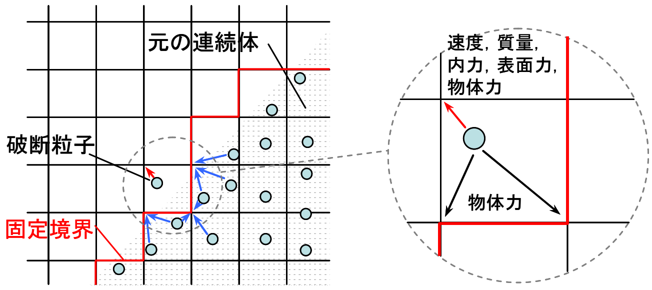
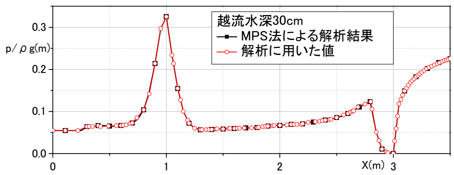


図１　破断粒子の境界条件

3. 2　解析結果

前節で提案した破断を考慮した解析例について述べる．解析モデルを図２に示す．材料パラメータについては表１に示す豊浦砂のパラメータを用いる．本解析では川表側からの水の流入はないものと仮定して，越流による水圧を川裏法面に考慮する．具体的にはMPS[5]によって求められた，同じスケールの堤体上を流れる水粒子の鉛直壁面衝突圧を境界水圧として与えた．



壁面衝突圧の分布図

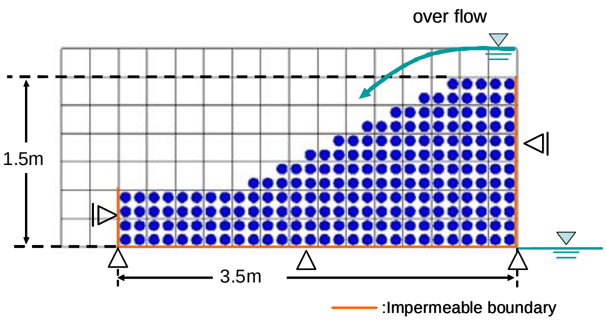


図２　解析モデル図

数値実験として相対密度60%の豊浦砂を想定している．また，初期飽和度は 60%とし，初期サクションは-5.52kPa である．なお，MPM では Euler 格子を任意に設定する事ができるが，本解析では初期の格子を最後まで用いた．また破断条件については$\gamma^{p} \geqq 0.05$ と設定した．

図3に飽和度分布図, 図4に蓄積塑性偏差ひずみ分布図を示す．図3 より，川裏法面から水が浸入し飽和度が上昇していく様子が確認できる．図 4 より，1200 秒後では法面粒子の一部が閾値を越え破断条件を満たしている．さらに 2200 秒後では法尻部の粒子において破断条件を満たした．それに伴い，破断された粒子の下部が新たに境界面となり，その面に境界水圧が作用し，進行的にひずみが発生している．

表１　解析に用いたパラメータ

e_0	0.756	M_f^*	0.987	γ^P_{ref}	0.04	ρ(Mg/m^3)	1.911
λ	0.012	M_m^*	0.792	γ^E_{ref}	0.5	OCR*	1.2
κ	0.0025	B_0^*	2700	D_0	1.1	C_d	2000
G/σ'_{m0}	827	B_1^*	130	n	1.0	α	2.0
k(m/s)	1.0×10^{-4}	C_f	750	K^f(kPa)	2.0×10^6	n'	4.0

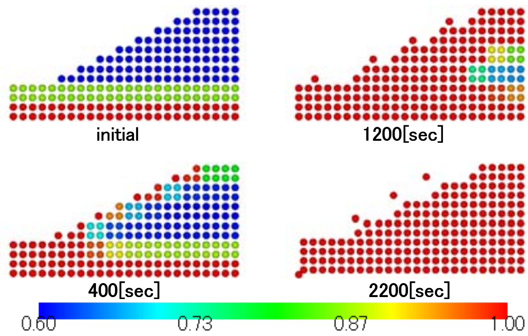


図３　飽和度分布図

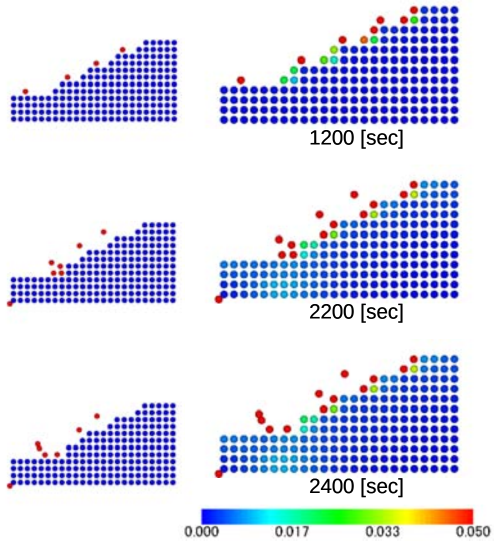


図４　蓄積塑性偏差ひずみ分布図
（左：破断した粒子を赤色で表示）

4. 結論

多相連成 MPM-FDM 法に新たな破断条件を導入し，粒子が近傍に位置する場合においても，大きな偏差ひずみが発生した粒子が破断し，元の連続体とは相互作用せずに変形していくという大変形問題の特徴的挙動を表現した．解析例として堤防半断面モデルにおいて越流を考慮した浸透－変形連成解析を行い，進行的な破壊を表現することができた．今後，越流水による掃流力を適切に導入し越流実験のシミュレーション解析を行うことが課題である．

謝辞

本研究は財団法人河川環境管理財団の河川整備基金助成事業の一環として行っており（No.20-1151-003，2007-2010），ここに謝意を表します．

参考文献

1) Sulsky, D., Zhou, S-J. and Schreyer, H.L. (1995), Computer Physics Communications, 87, pp.236-252., 2) Higo, Y., Kimoto, S., Oka, F., Morinaka, Y., Goto, Y. and Chen, Z. (2009), Proc. Int. Symp. Prediction and Simulation Methods for Geohazard Mitigation, IS-Kyoto, Oka, F., Murakami, A. and Kimoto, S. eds., May 25-27 2009, Kyoto, pp. 219-225., 3) Oka, F., Kimoto, S., Kato, R., Sunami, S. and Kodaka, T. (2008), Proc. the 12th IACMGE, Singh, D.N. ed., pp. 2029-2041., 4) Oka, F. Yashima, A., Tateishi, A., Taguchi, Y. and Yamashita, S. (1999), Geotechnique, 49(5), pp.661-680. 5)後藤仁志：粒子法による河川堤防越流過程の数値シミュレーション，淀川堤防強化研究会平成 18 年度研究成果報告, 2007.