

分散機能を追加したチャンネルネットワークモデルと理論式の比較検証

鹿島建設 正会員 ○岩野 圭太 鹿島建設 正会員 川端 淳一
 鹿島建設 正会員 戸井田 克 埼玉大学 正会員 渡辺 邦夫

1. 目的

放射性廃棄物処分施設の周辺岩盤の地下水流動特性評価のため、物質移行解析を行う際、分散は岩盤全体の水利特性を特徴づける非常に重要な要因であり、室内・原位置試験を基にした分散パラメータの定量的評価とともに、理論的に正しい手法にて分散を評価できる数値解析手法による検証が必要である。DonChan は岩盤の基質部と割れ目を1次元のパイプを使い3次元管路網としてモデル化するチャンネルネットワークモデルであり、既報¹⁾に示したようにパーティクルトラッキングにおいて、基質部一割れ目間または割れ目同士の連結の経路選択による仮想粒子の移行時間のばらつきだけでなく、移流分散方程式に従ういわゆる機械的分散を考慮できるよう修正を行っている。この機械的分散を理論式と比較し定量的評価を行う際には、パーティクルトラッキングにおける仮想粒子の放出条件や粒子の到達条件に従って慎重に理論解の導出、数値解析における到達時間の算出を検討する必要がある。本検討では、DonChan の解析結果との比較から、理論解や数値解析による粒子到達時間を整理するとともに、その物理的意味についても検討した。

2. 1次元移流分散方程式の解析解

1次元の移流分散方程式は次式にて示される。

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - u \frac{\partial c}{\partial t} \quad (1)$$

ここで c : 濃度, D : 分散係数, u : 実流速である。DonChan の物質移行解析では、上流から多量の仮想粒子を瞬間放出し、下流に到達するまでの移行時間を計算する。これと同条件、つまり $t = 0$, $x = 0$ の瞬間放出条件による濃度の確率密度関数の理論解は、投入量 c_0 で正規化すると、以下のように示される。

$$\frac{c(x,t)}{c_0} = \frac{1}{2\sqrt{\pi Dt}} \exp\left(-\frac{(x-ut)^2}{4Dt}\right) \quad (2)$$

(2)式は、移行距離 x と移行時間 t の関数であり、この累積分布関数として時間積分²⁾、距離積分³⁾する2つの異なる解析解が考えられる。

$$\int_0^t c(x,t)/c_0 dt = \frac{1}{2} \left[\operatorname{erfc}\left(\frac{x-ut}{2\sqrt{\alpha ut}}\right) + \exp\left(\frac{x}{\alpha}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{x+ut}{2\sqrt{\alpha ut}}\right) \right] \quad (3)$$

$$\int_x^\infty c(x,t)/c_0 dx = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{x-ut}{2\sqrt{\alpha ut}}\right) \quad (4)$$

図1に(2)式の3Dコンター、図2にその2D概念図を示す。(2)式を時間積分した(3)式は、図1、図2である移行距離上(赤線上、例えば $x = 50m$) の積分に相当する。これはある距離を次々に通過する仮想粒子の累計となり、室内試験では下流カラム端の濃度、原位置トレーサ試験では湖沼などへの漏出濃度に相当し、物質移行解析では下流端の到達時刻のブレイクスルーカーブに相当する。ここではこの時刻を移行時刻と呼ぶ。一方、(2)式を距離積分した(4)式は、ある移行時間上(緑線上)の積分に相当し、これは各時刻において、移行方向に鉛直なある距離の断面に対し、その手前または奥に存在する仮想粒子の割合に相当し、これは室内試験ではカラム途中の濃度測定に相当し、物質移行解析では、移行途中の任意断面における濃度を示す。ここでは移行割合と呼ぶこととする。また、(3)式はペクレ数が十分大きい場合、第2項は無視でき、その場合は(4)式と同形

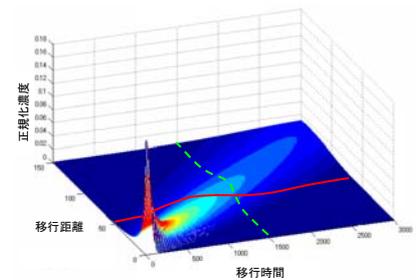


図1 濃度の3Dコンター

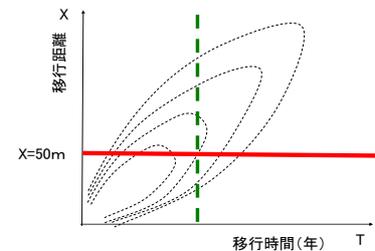


図2 濃度コンターの2D概念図

キーワード 移流分散方程式, 解析解, 地下水流動解析, 分散長

連絡先 〒182-0036 東京都調布市飛田給 2-19-1 鹿島建設(株)技術研究所 TEL042-489-7423

となる. 従って,分散長が小さいと(3)式と(4)式はほぼ同じとみなせる. また,(3)式は放出条件を瞬時放出ではなく, $t > 0$ で濃度一定(ステップ関数)とした場合の濃度の確率密度関数と同形である.

3. DonChan への機械分散の組み込み

既報¹⁾で示すように DonChan に機械的分散を考慮することは, (1) 式をプログラムに取り込むことに他ならない. 具体的な方法としては, 1 次元問題で考えると, DonChan におけるパーティクルトラッキングと同じ瞬時放出条件における濃度の解析解である(2)式は, 移行距離 x について移流による移行距離 ut を中心とし, 標準偏差 $\sqrt{2\alpha ut}$ の正規分布で示される. 従って, 理論上, 時刻 t における移行距離 $x(t)$ は, Rnd を正規乱数 $N(0,1)$ として, 以下の式で表される.

$$x(t) = ut + Rnd\sqrt{2\alpha ut} \tag{5}$$

DonChan では, 全体の移行時間に比べて十分小さい時間 Δt の間に進む移行距離を求め累積していく.

$$X(t_{i+1}) = X(t_i) + u\Delta t + Rnd\sqrt{2\alpha u\Delta t} \tag{6}$$

$\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{T=t_{i+1} \text{ の移行距離}} = \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{T=t_i \text{ の移行距離}} + \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\Delta t \text{ 間の移流による移行距離}} + \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\Delta t \text{ 間の分散による移行距離}}$

このような機械的分散の組み込みにより, 図 3 で示すように, 移行時間, 移行距離に応じた各パーティクルの軌跡を追跡することが出来る.

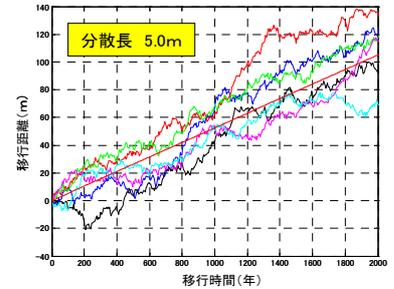


図 3 各仮想粒子の移行軌跡

4. DonChan 解析結果と理論解の比較

DonChan に組み込んだ機械的分散の検証と(3), (4) 式で示した濃度の累積分布関数の理論解の比較のため, 基礎的な検討を行った. 表 1 に解析条件を示す. 直線移行距離は 100m であるが, 途中 $x = 50m$ の仮想断面を設けた. DonChan のパーティクルトラッキングにおいて, 粒子がこの仮想断面に初めて到達した時刻のプロット(到達時刻)と, 各時刻におけるこの仮想断面前後の仮想粒子数の割合のプロット(到達割合)を計算した. 図 5 にこの両者のプロットと(3)式, (4)式を重ねて示した. 分散長が大きくなるに従い, 到達時刻と到達割合の差は無視できないほど顕著になるが, 分散長によらず, DonChan における到達時刻と(3)式, 到達割合と(4)式が非常に良い一致を示している.

表 1 解析条件

解析条件	
領域	100×100×100 m
動水勾配	5 %
基質部 透水係数	1.0E-08 m/s
基質部 間隙率	0.3
分散長	1, 5, 10 m

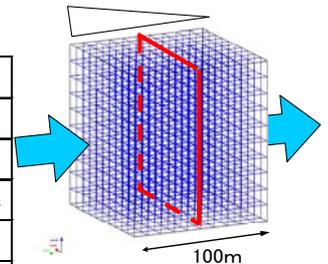


図 4 解析領域

5. まとめ

機械的分散を追加した DonChan により, 物質移行解析における理論解との比較をし, 境界条件や濃度抽出条件により異なる 2 つの考え方の濃度分布があることを示した. これは, 室内または原位置トレーサ試験で濃度計測位置が終端面であるのか, 移行途中の地点であるかによって, DonChan による物質移行解析のブレイクスルーカーブの定義やフィッティングする理論解の使い分けが必要であることを示している.

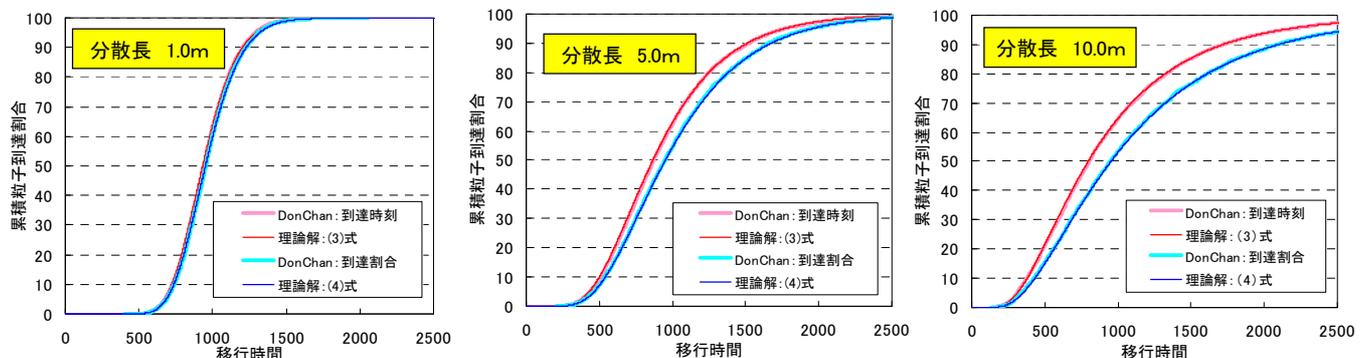


図 5 DonChan の解析結果と理論解の比較

参考文献 1) 岩野ほか (2010), DonChan への分散・収着・核種崩壊機能の追加, 2010 年春季地下水学会, 2) Christian Leibundgut. et. al (2009), Tracers in Hydrology, pp133-134, 3) 藤縄克之 (2010), 環境地下水学, p170