

一次元移流分散現象における巨視的分散長の性質に関する一考察

神戸大学大学院 学生会員 ○西村由紀子
 神戸大学 正会員 齋藤 雅彦

1. はじめに

フィールドスケールにおける移流分散解析を行う際に重要となるのが巨視的分散長であるが、この値を適切に設定する方法は十分確立されていない。

本研究では、齋藤・川谷によって提案されている不均一地盤モデル (f^{ζ} 型モデル) を用いて疑似的な不均一場を発生させ、有限要素法による数値シミュレーション¹⁾で二次元の移流分散解析を行い、そこから算出される平均的な巨視的分散長を用いてその性質に関する考察を行う。

2. 解析方法

(1) 基礎方程式の無次元化

流れ場に関する基礎方程式として、以下のように無次元化した二次元定常飽和浸透流の式(1)を用いる。

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(K \frac{\partial H}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(K \frac{\partial H}{\partial Y} \right) = 0 \quad (1)$$

ここに、 $X=x/l_0$, $Y=y/l_0$, $H=h/l_0$, $K=k/k_0$ であり、 x, y は空間座標、 h はピエゾ水頭、 k は透水係数、 l_0 は長さの代表値、 k_0 は透水係数の幾何平均値とする。

また、移流分散方程式は、以下のように無次元化する。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial C}{\partial T} + U' \frac{\partial C}{\partial X} + V' \frac{\partial C}{\partial Y} \\ & = \frac{\partial}{\partial X} \left(D_{XX} \frac{\partial C}{\partial X} + D_{XY} \frac{\partial C}{\partial Y} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(D_{YX} \frac{\partial C}{\partial X} + D_{YY} \frac{\partial C}{\partial Y} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

ここに、 $C=c/c_0$, $T=tk_0/l_0$, $D_{XX}=d_{xx}/l_0k_0$, $D_{XY}=d_{xy}/l_0k_0$, $D_{YX}=d_{yx}/l_0k_0$, $D_{YY}=d_{yy}/l_0k_0$, $U'=u'/k_0$, $V'=v'/k_0$, $A_L=\alpha_L/l_0$, $A_T=\alpha_T/l_0$ であり、 t は時間、 c は濃度、 c_0 は濃度の代表値、 u' , v' はそれぞれ x 方向、 y 方向の実流速成分、 α_L , α_T はそれぞれ縦分散長と横分散長である。また、 d_{xx} , d_{xy} , d_{yx} , d_{yy} は分散係数テンソルの成分であり、以下のように表される。

$$\begin{aligned} d_{xx} &= \frac{\alpha_L u'^2}{\sqrt{u'^2 + v'^2}} + \frac{\alpha_T v'^2}{\sqrt{u'^2 + v'^2}}, & d_{yy} &= \frac{\alpha_T v'^2}{\sqrt{u'^2 + v'^2}} + \frac{\alpha_L v'^2}{\sqrt{u'^2 + v'^2}}, \\ d_{xy} = d_{yx} &= \frac{(\alpha_L - \alpha_T) u' v'}{\sqrt{u'^2 + v'^2}} \end{aligned} \quad (3)$$

(2) 不均一場の生成

透水係数の不均一性を現す地盤モデルとして f^{ζ} 型モデル²⁾を使用する。これによって生成される透水係数場は、2次元では $\zeta=2$ とすると完全な自己相似性を有するため、解析スケールに依存しない。このため、式(1)で表されるような無次元場にもそのまま適用することができる。また、本モデルにおける $\log K$ の分散 σ^2 は、解像度 (=要素数) を n とすると、不均一性の大きさを表すパラメータ λ を使用して、以下のように解像度に応じた同質な地盤をあらわすことが可能である²⁾。

$$\sigma^2 = \lambda \log n \quad (4)$$

(3) 解析領域・境界条件と物性値

解析領域は、図-1に示すような長方形領域とする。ここで、流れ場の境界条件は、 $Y=0$ および $Y=1$ で不透水性境界、 $X=0$ で $H=4$, $X=4$ で $H=0$, すなわち、動水勾配が1となる1次元的な流れ場とする。濃度の境界条件は、 $X=0$ で $C=1$ とする。ここで、代表長さ l_0 は、汚染源の長さ (y 方向の長さ) とする。

解像度 n は、一辺の長さが $1/2^{N-2}$ ($N>2$) の正方形要素を用いて分割した場合、 $n=4^{N-1}$ となる。本研究では、 N および λ を変化させて、それぞれについて1000個の場を生成して濃度の時空間変化を計算し、1000回分のアンサンブル平均を求めた。また、縦分散長 A_L は要素サイズの0.1倍、横分散長 A_T は縦分散長 A_L の0.1倍、間隙率は1.0とした。図-2は、発生させた透水係数分布 ($\log_{10}K$) の一例、図-3は計算された濃度分布の一例である。

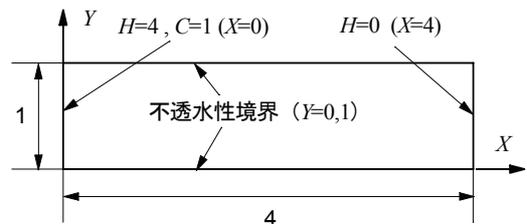


図-1 解析領域と境界条件

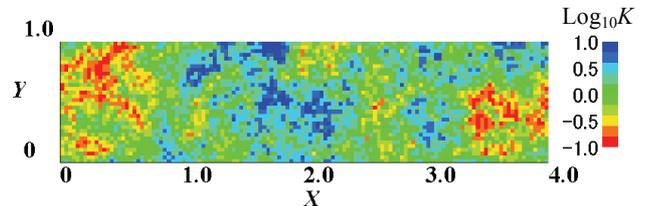
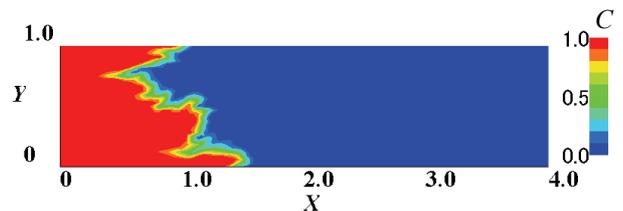
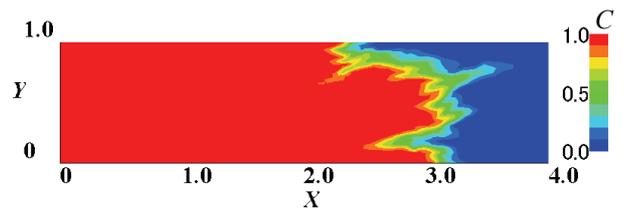


図-2 透水係数分布の一例($N=7, \lambda=0.05$)



(a) $T=1$



(b) $T=3$

図-3 汚染物質濃度分布($N=7, \lambda=0.05$)

キーワード 移流分散現象, 巨視的分散長, 不均一場, 数値シミュレーション

連絡先 〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1 神戸大学工学部内 TEL 078-803-6435

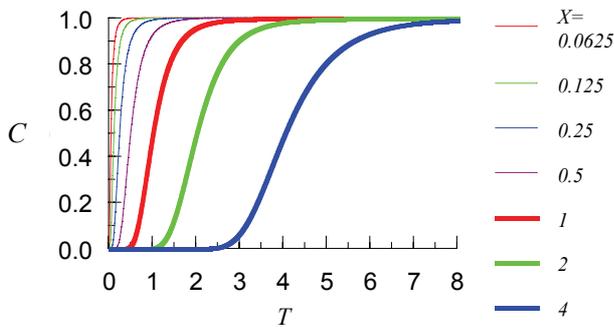


図-4 断面平均濃度の時間変化(N=7,λ=0.05)

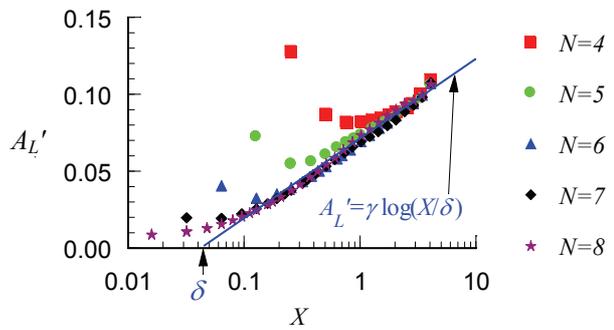


図-5 巨視的分散長と流下距離の関係

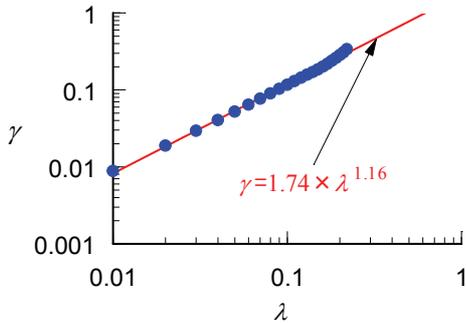


図-6 λとγの関係

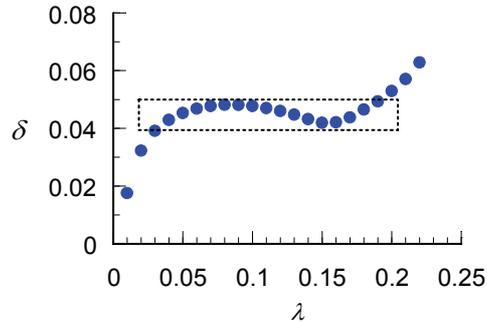


図-7 λとδの関係

3. 解析結果と考察

(1) 巨視的分散長の同定

図-4は、濃度分布のアンサンブル平均から得られたいくつかの断面における断面平均濃度の時間変化である(N=7, λ=0.05の場合)。これより、以下の一次元移流分散方程式の理論解を用いて、得られたCの時間変化を再現する見かけの分散長(無次元巨視的分散長=A_L')を各断面について同定する。

$$C = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{X-U_m T}{2\sqrt{DT}}\right) + \frac{1}{2} \exp\left(\frac{U_m X}{D}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{X+U_m T}{2\sqrt{DT}}\right) \quad (5)$$

ここに、Dは無次元の巨視的分散係数(=A_L'・U_m)、U_mはX方向の無次元実流速である。

(2) 巨視的分散長の流下距離に対する依存性

図-5は、無次元巨視的分散長A_L'と、流下距離Xの関係を解像度ごとに表したものである。解像度が荒い場合は汚染源近傍でずれが大きい、どの解像度に関するプロットもほぼ片対数紙上で概ね直線上に収束していることがわかる。この直線は、フィッティングパラメータγ、δを用いて次式で表現できる。

$$A_L' = \gamma \log\left(\frac{X}{\delta}\right) \quad (6)$$

これは、巨視的分散長が流下距離の対数値に比例して増加することを表している。

(3) 地盤のばらつきと巨視的分散長の関係

図-6は、透水係数のばらつきを大きさを表すパラメータλとパラメータγとの関係を表したものであるが、両対数軸上ではほぼ直線上にあり、両者の関係は以下のように求められた。

$$\gamma = 1.74 \times \lambda^{1.16} \quad (7)$$

また図-7は、λとδの関係を表したものであるが、δ

はλの変化にはあまり影響を受けず、λが極端に小さい場合と大きい場合を除けば、0.04<δ<0.05を満たしている。これより、巨視的分散現象が生じる流下距離は、汚染源の長さ(=l₀)の0.04~0.05倍程度と推定される。

(4) 汚染源の大きさと巨視的分散長の関係

ここで同定されたA_L'は、汚染源長さl₀によって無次元化されている。よって、式(6)より実スケールにおける巨視的分散長α_L'は以下のように表現できる。

$$\alpha_L' = l_0 \gamma \log\left(\frac{x}{l_0 \delta}\right) \quad (8)$$

これは、不均一場における巨視的分散長は「汚染源の大きさ」と「流下距離」の二つのスケール、そして「透水係数のばらつき」という地盤の性質に依存することを示している。

4. おわりに

本研究では、一次元的な流れ場における巨視的分散長の性質について二次元不均一地盤モデルを用いて検討し、巨視的分散長と汚染源の大きさ、流下距離および地盤のばらつきの関係を簡潔なモデルで表現した。今後、同様の手法で三次元モデルを用いた検討を実施していく予定である。

謝辞: 本研究は、日本学術振興会科学研究費補助金(基盤研究C、研究課題名:「山腹斜面における廃棄物の不法投棄に伴う汚染物質の拡散挙動の解明」、課題番号:21510031、研究代表者:齋藤雅彦)の支援を受けた。ここに記して謝意を表す。

参考文献

1) Zienkiewicz, O. C. and Taylor, R. L.: The Finite Element Method, Vol.3, (5th ed.), Butterworth-Heinemann, pp.13-63, 2000.
 2) 齋藤雅彦, 川谷健: 透水係数の空間分布モデルの適用性に関する一考察, 土木学会論文集, No.694/III-57, pp.245-258, 2001.