

乱流動力学に基づく水表面気体輸送のモデル化について

九州大学総合理工学研究院 正会員 ○杉原 裕司
 ラフバラ大学土木工学科 塩野 耕二

1. 目的

水表面での気体輸送は、界面近傍の乱流場に支配されることから、その精緻なモデル化には乱流動力学に関する知見が不可欠となる。開水路乱流場は、気液界面をもつ最も基本的な乱流場の一つであり、界面輸送現象のメカニズムを理解する上で重要な研究対象である。開水路乱流場は、壁面近傍に形成される縦渦とその崩壊（バースト）過程に支配されており、バーストによる乱れが水表面に到達することで表面更新が促進されているものと思われる。本研究では、水面変動の無い開水路乱流場における気体輸送の直接数値シミュレーション（Direct Numerical Simulation: DNS）の結果に基づいて、気体輸送と表面更新運動との関係について検討する。特に、水表面での流速発散（以下、界面発散：surface divergence）に着目し、気体輸送速度のモデル化について考察する。

2. 開水路乱流場における水表面気体輸送の DNS

本研究で用いた計算コードは、SMAC法に基づくDNSの公開コード（阪大梶島教授）をベースにしている。基礎方程式は、壁面摩擦速度 u_τ 、水深 H 、密度 ρ 、水表面・壁面の溶存気体濃度 c_s 、 c_b で無次元化された連続の式、Navier-Stokes方程式、溶存気体濃度の輸送方程式である。使用した計算格子はstaggered格子であり、水深方向（y方向）にのみ不等間隔で、両境界近傍で密になるように配置されている。表-1に本研究の計算条件を示す。

水表面には乱れのソースが存在しないため、気体輸送に寄与する乱れは下方から移流したものである。図-1に、水路中心の鉛直断面において可視化された縦渦構造の空間分布を示す。ここでは、速度勾配テンソルの第2不変量 Q が0より大きい領域のみを対象として、 Q に主流方向渦度の符号を掛けた Q_y により縦渦構造を可視化している。この図より、壁面から浮上した縦渦はある角度で流下方向に引き延ばされ、崩壊（バースト）していることがわかる。バーストによって発生した乱れの一部は界面にまで到達しており、このような乱流運動が表面更新を誘起していると考えられる。

Banerjee et al. (2004)や Handler et al. (1999)は、界面発散運動が表面更新を規定すると指摘している。図-2に、同時刻における水表面の界面発散 β および気体フラックスと中央横断面 ($\tilde{x}=3.81$) の乱流渦構造との関係を示す。界面発散が正の領域はパッチ状の構造をしており、負の領域はライン状の構造を示しているように見える。これは、界面発散が正の領域は下層からの流体湧昇によって発生し、負の領域はその補償流として副次的に生じているためである。これらの図より、水表面に到達した乱流渦が界面発散を誘起しており、界面発散の正の領域で集中的に気体輸送が生じていることが明らかである。これは、下層から上昇した低濃度流体が水表面で水平方向に拡がることにより、濃度境界層が薄く引き延ばされ、局所的な濃度勾配が増大してフラックスが大きくなるためである。

3. Surface divergence model との比較

図-3は、水表面における局所的な気体交換速度 k_L と界面発散 β の関係を示している。ただし、 k_L^+ は u_τ で無次元化された交換速度を、 β^+ は u_τ^2/ν で無次元化された界面発散であり、 Sc はシュミット数を示す。図中の破線は、長谷川・笠木(2006)によって得られた交換速度と界面発散の関係式（surface divergence model）である。

表-1 計算条件

空間差分近似	4次精度中心差分法, Lagrange法	
時間発展	2次精度 Adams-Bashforth法	
格子点(速度点)数	$(Nx, Ny, Nz) = (128, 97, 96)$	
速度点間隔	$(\Delta\tilde{x}, \Delta\tilde{y}, \Delta\tilde{z}) = (0.06, 0.002 \sim 0.02, 0.04)$	
時間間隔	$\Delta\tilde{t} = 5.0 \times 10^{-5}$	
無次元パラメータ	$Re_\tau = 150, Fr_\tau = 1, Sc = 1$	
境界条件	\tilde{x}, \tilde{z} 軸境界	\tilde{y} 軸境界
流速	\tilde{u}, \tilde{w}	$\tilde{y} = 1$: Neumann条件 $\tilde{y} = 0$: Dirichlet条件
	\tilde{v}	Dirichlet条件
圧力	\tilde{p}	Neumann条件
濃度	\tilde{c}	Dirichlet条件

キーワード 気体輸送, 乱流, 開水路, 表面更新, 界面発散, DNS

連絡先 〒816-8580 福岡県春日市春日公園6丁目1番地 TEL:092-583-7551 E-mail: sugihara@esst.kyushu-u.ac.jp

$$\tilde{z} = 1.89$$

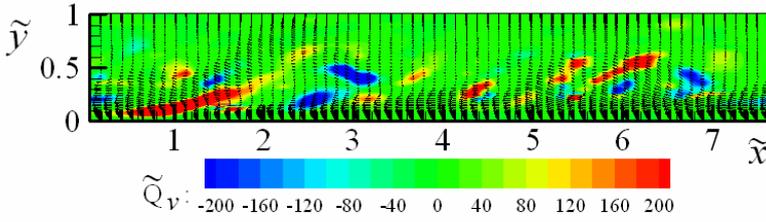


図-1 鉛直断面における縦渦構造 (第2不変量による可視化)

ただし、彼らの式は統計平均量に関するもので、界面発散として rms 値 β_{rms} を用いていることに注意する。本計算結果は長谷川・笠木の関係式によく一致しており、交換速度は発散の平方根に比例して増大することがわかる。また、統計量に関する関係が局所的・非定常的な交換速度と界面発散の関係においても有効であることは、界面発散に基づく気体輸送機構が高い普遍性をもつことを意味している。

次に、surface divergence model と従来から広く用いられている Theofanous et al.(1976)の渦セルモデルとの関係について考察する。このモデルは、速度スケール V 、長さスケール L をもつ鉛直 2 次元的な周期渦で表現された渦動場の気体輸送速度を移流拡散方程式の解析解として与えたもので、最も基本的な気体輸送の流体力学モデルである。

$$\langle k_L \rangle = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} F(t_{*exp}) \left(\frac{DV}{L} \right)^{1/2} \quad (1)$$

ここで、 $\langle \rangle$ は時間平均、 $-$ は時間平均を表し、 $F(t_{*exp})$ は

$$F(t_{*exp}) = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \frac{1}{t_{*exp}} \int_0^{t_{*exp}} \int_0^1 \sqrt{\coth(\pi x_*') + \cos(\pi x_*')} dx_*' dt_*' \quad (2)$$

を示す。 t_{*exp} は乱流渦の水表面における無次元露出時間であり、 $t_{*exp} \equiv V/L t_{exp} (\sim O(1))$ のように定義される。 Taylor microscale λ の定義から、界面発散は次のようにスケーリングできる。

$$\beta_{rms} \equiv \langle \beta \rangle \sim \left\langle \left(\frac{\partial u'}{\partial x} \right)^2 \right\rangle^{1/2} \sim \left\langle \frac{u'^2}{\lambda^2} \right\rangle^{1/2} \sim \frac{k_s^{1/2}}{\lambda} \quad (3)$$

ここで、 k_s は水表面での乱れエネルギーである。従って、式(1)は $V \sim k_s^{1/2}$ 、 $L \sim \lambda$ とした場合、surface divergence model と等価になる。さらに、 λ とエネルギー散逸率 ϵ の関係 $\epsilon \sim Ak_s/\lambda^2$ を用いると、次のような無次元式が得られる。

$$\frac{\langle k_L \rangle Sc^{1/2}}{k_s^{1/2}} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} D \times F(t_{*exp}) \times Re_t^{-1/4}, \quad Re_t \equiv \frac{k_s^2}{\epsilon_s V} \quad (4)$$

ここで D は経験定数である。上式は、 V と L に Kolmogorov scale を用いた場合に導かれる small eddy model と形式的に同じであり、surface divergence model と small eddy model の背景にある物理が等価であることを示唆している。

本研究の一部は、鹿島学術振興財団からの海外派遣援助の下で行われました。ここに記して深く感謝致します。

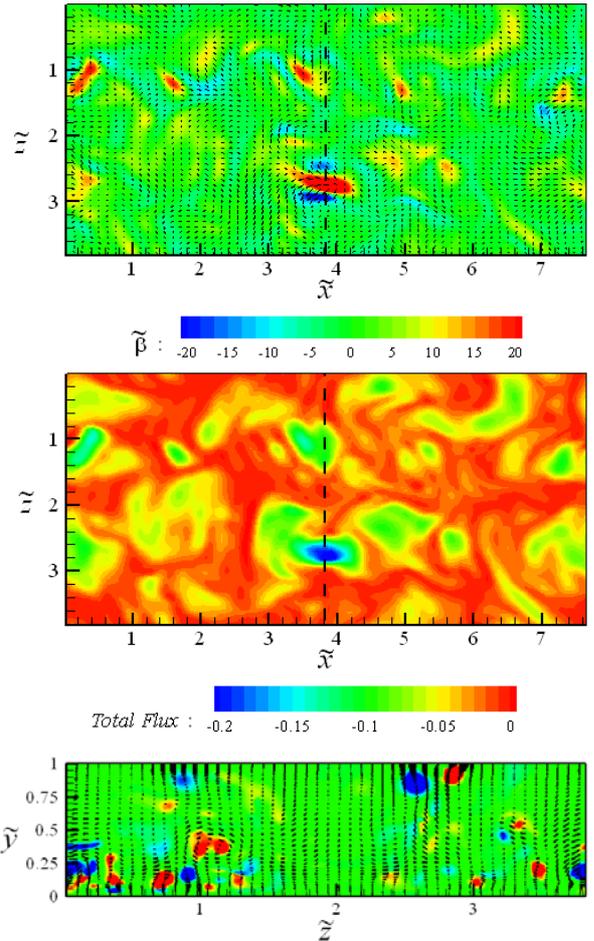


図-2 界面発散 β (上) および気体フラックス (中) と乱流渦構造 (下) (下図は破線の断面)

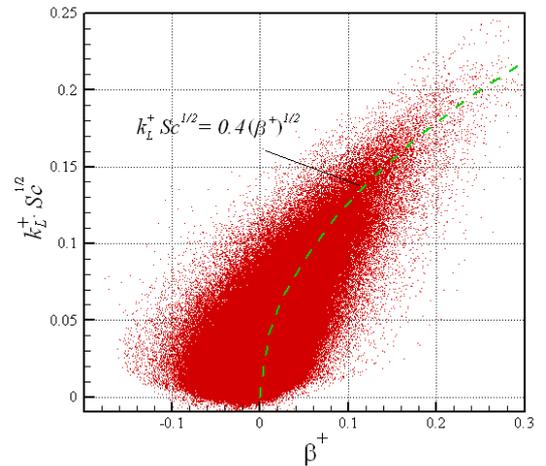


図-3 水表面における局所的な気体交換速度 k_L と界面発散 β の関係