

車両応答に基づく橋梁振動推定手法の提案と検討

京都大学大学院 工学研究科 学生会員 ○山本 亨輔
 京都大学大学院 工学研究科 正会員 大島 義信
 京都大学大学院 工学研究科 正会員 杉浦 邦征
 京都大学大学院 工学研究科 正会員 河野 広隆

1. はじめに

橋梁の簡易スクリーニングを実施するために、橋梁に直接センサーを設置するのではなく、車両の応答から橋梁振動を推定する手法^{1),2)}が考えられる。そのためには、車両振動に基づいた橋梁振動推定が必要である。

そこで、車両の加速度応答と路面との相対変位を観測信号として、橋梁振動を推定する手法を提案する。ただし、本提案手法は一次元単純梁を仮定しており、提案手法に対して数値シミュレーションに基づく理論的な検証を行った。想定モデルを三次元に拡張すれば、推定理論を三次元に拡張することは十分可能である。また、走行車両は単純バネ質点系を仮定しているが、これについてもより精緻なモデルに応用可能である。

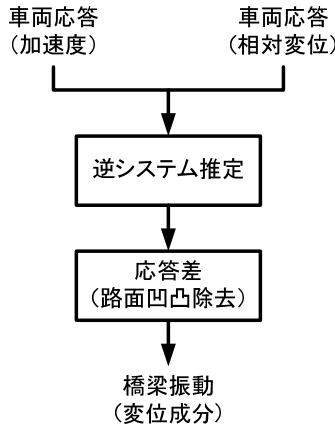


図1 提案手法の概要図

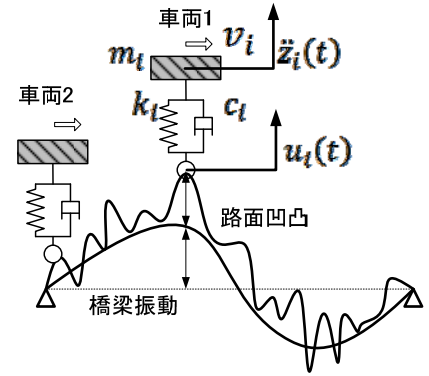


図2 車両の振動システムモデル

2. 橋梁のモード形状推定理論

提案手法の概要を図1に示す。本提案手法では車両応答として加速度と相対変位を計測する。また、事前計測などで路面凹凸を計測しておく必要がある。本提案手法では、車両を一つのシステムと考え、単純バネ質点系でモデル化した。図2に概要を示す。車両の質量、減衰、バネ定数は予め既知であるものとする。

今、センサー*i*を搭載する車両の質量を m_i 、減衰を c_i 、バネ剛性を k_i 、質点の鉛直方向変位を $z_i(t)$ 、鉛直方向の入力振動を $u_i(t)$ 、車両直下の橋梁振動を $y_i(t)$ とおく。質量 m_i を対角成分に持つ行列を $\mathbf{M}_V \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 、減衰 c_i を対角成分に持つ行列を $\mathbf{C}_V \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 、バネ剛性 k_i を対角成分に持つ行列を $\mathbf{K}_V \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 、 $z_i(t)$ を要素に持つベクトルを $\mathbf{z}(t) \in \mathbb{R}^n$ 、 $u_i(t)$ を要素に持つベクトルを $\mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^n$ 、 $y_i(t)$ を要素に持つベクトルを $\mathbf{y}(t) \in \mathbb{R}^n$ とする。車両振動システムは状態空間モデルにより次のように表現できる。ここで $\{\cdot\}_k$ は時刻 $t = t_k$ での値を示すものとする。また、 $(\dot{\cdot})$ は一階の時間微分 d/dt 、 $(\ddot{\cdot})$ は二階の時間微分 d^2/dt^2 を表すものとする。状態変数を $\bar{\mathbf{z}} = \{\mathbf{z} \ \dot{\mathbf{z}}\}^T$ 、システム入力を $\bar{\mathbf{u}} = \{\mathbf{u} \ \dot{\mathbf{u}}\}^T$ として状態空間モデルで記述すると、状態方程式は次式で表される。

$$\dot{\bar{\mathbf{z}}}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}_V^{-1}\mathbf{K}_V & -\mathbf{M}_V^{-1}\mathbf{C}_V \end{bmatrix} \bar{\mathbf{z}}_k + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_V^{-1}\mathbf{K}_V & \mathbf{M}_V^{-1}\mathbf{C}_V \end{bmatrix} \bar{\mathbf{u}}_k \quad (1)$$

また、観測変数を $\bar{\mathbf{x}} = \{\mathbf{z} - \mathbf{u} \ \dot{\mathbf{z}}\}^T$ とすると、出力方程式は次式で表される。

$$\bar{\mathbf{x}}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{M}_V^{-1}\mathbf{K}_V & -\mathbf{M}_V^{-1}\mathbf{C}_V \end{bmatrix} \bar{\mathbf{z}}_k + \begin{bmatrix} -\mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_V^{-1}\mathbf{K}_V & \mathbf{M}_V^{-1}\mathbf{C}_V \end{bmatrix} \bar{\mathbf{u}}_k \quad (2)$$

式(1)、式(2)で表される状態空間システムの逆システムは次式となる。

$$\bar{\mathbf{z}}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \Delta t \mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \bar{\mathbf{z}}_{k-1} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \Delta t^2 \mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \Delta t \mathbf{I} \end{bmatrix} \bar{\mathbf{x}}_k \quad (3)$$

$$\bar{\mathbf{u}}_k = \bar{\mathbf{z}}_k + \begin{bmatrix} -\mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_V^{-1}\mathbf{K}_V & \mathbf{C}_V^{-1}\mathbf{M}_V \end{bmatrix} \bar{\mathbf{x}}_k \quad (4)$$

本提案手法では振動入力の変位入力 $\mathbf{u}(t)$ および速度入力 $\dot{\mathbf{u}}(t)$ として推定される。変位入力 $\mathbf{u}(t)$ は橋梁振動 $\mathbf{y}(t)$ と路面凹凸 $\mathbf{r}(t)$ の和で表される。2台の車両が距離 l 、速度 v を保ったまま走行しているものとする、 $r_1(t) = r_2(t + l/v)$ で表される。ゆえに、式(3)、式(4)にて $u_1(t)$ 、 $u_2(t)$ を推定し、

$$\begin{aligned} y_a &= u_1(t) - u_2(t + l/v) \\ &= \{y_1(t) + r_1(t)\} - \{y_2(t + l/v) + r_2(t + l/v)\} \\ &= y_1(t) - y_2(t + l/v) \end{aligned} \quad (5)$$

とすることで、橋梁振動成分のみを抽出することが可能である。

キーワード：車両応答、橋梁振動、固有振動数、逆システム推定

連絡先：〒615-8540 京都市西京区京都大学桂 京都大学大学院 工学研究科 社会基盤工学専攻
 社会基盤安全工学 (JR 西日本) 講座 TEL 075-383-3321 FAX 075-383-3324

3. 数値シミュレーションによる検討

ここでは、図2のように橋梁を1次元有限要素梁、車両をバネ質点系でモデル化した。有限要素の節点間に車両がある場合、荷重は等価節点力を用いて計算を行った。解析には以下の式を用いた。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{M}_X^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{L}(t)\mathbf{M}_V \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{q}}(t) \\ \dot{\mathbf{z}}(t) \end{Bmatrix} (t) + \begin{bmatrix} \mathbf{M}_X^{-1}\mathbf{C}_X & \mathbf{0} \\ -\mathbf{M}_V^{-1}\mathbf{C}_V\mathbf{L}^T(t)\mathbf{X} & \mathbf{M}_V^{-1}\mathbf{C}_V \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q}(t) \\ \mathbf{z}(t) \end{Bmatrix} (t) + \begin{bmatrix} \mathbf{M}_X^{-1}\mathbf{K}_X & \mathbf{0} \\ -\mathbf{M}_V^{-1}\mathbf{K}_V\mathbf{L}^T(t)\mathbf{X} & \mathbf{M}_V^{-1}\mathbf{K}_V \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q}(t) \\ \mathbf{z}(t) \end{Bmatrix} (t) = \begin{Bmatrix} \mathbf{X}^T\mathbf{L}(t)\mathbf{M}_V\mathbf{g} \\ \mathbf{C}_V\dot{\mathbf{r}}(t) + \mathbf{K}_V\mathbf{r}(t) \end{Bmatrix} \quad (6)$$

ここで、橋梁有限要素モデルの自由度： m 、車両台数を n 、各節点での等価節点力を求める変換行列： $\mathbf{L}(t) \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 、重力加速度 \mathbf{g} を各成分に持つベクトル： $\mathbf{g} \in \mathbb{R}^n$ 、数値シミュレーションで考慮する最大モード次数： p 、橋梁の各次モードのモード形状： $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{m \times p}$ 、基準座標 $\mathbf{q}(t) \in \mathbb{R}^p$ 、モード質量マトリクス： $\mathbf{M}_X \in \mathbb{R}^{p \times p}$ 、モード減衰マトリクス： $\mathbf{C}_X \in \mathbb{R}^{p \times p}$ 、モード剛性マトリクス： $\mathbf{K}_X \in \mathbb{R}^{p \times p}$ とした。また、各車両直下の橋梁振動応答ベクトルは $\mathbf{y}(t) = \mathbf{L}^T(t)\mathbf{X}\mathbf{q}(t)$ 、橋梁の荷重ベクトルは計測車両の接地力となるので、 $\mathbf{P}(t) = \mathbf{L}(t)\mathbf{M}_V\{\mathbf{g} - \ddot{\mathbf{z}}(t)\}$ となることを用いた。この支配方程式を Newmark- β 法により解くことで、橋梁応答と車両応答を得る。

橋梁と車両の入力諸元は表1に示すとおりである。橋梁は橋長が30メートルの標準的な橋梁とした。車両も20トン車と2トン車に対して標準的なモデル化を行った。2つの車両の車間距離は10メートルとする。路面プロファイルは標準的なスペクトルからモンテカルロシミュレーションにより生成した。

4. 結果と考察

数値シミュレーションの結果を用いて、提案手法により橋梁振動成分を求めた。橋梁中央での橋梁応答を図3に示す。また、橋梁中央の振動応答および提案手法で推定した橋梁振動成分についてそれぞれのパワースペクトルを図4に示す。パワースペクトルのピーク位置は、橋梁中央の応答値では4.00Hz、提案手法による推定値では3.88Hzと15.83Hzとなった。このことから、本提案手法により橋梁振動成分の固有振動数が推定可能である。また、橋梁にセンサーを直接、設置した場合と異なり、全てのモード次数の固有振動数が推定可能であるものと考えられる。

さらに、観測データに最大振幅の1%または5%の振幅を持つ白色ノイズを加えた上で、本提案手法により橋梁振動の推定を行った。推定結果のパワースペクトルを図5に示す。図から、ノイズを加えた場合であっても、安定して逆システム推定を行っていることが分かる。

5. まとめ

数値シミュレーションによる検討により、本提案手法により車両応答から橋梁振動が推定可能であることが示された。

参考文献

- 1) 杉浦邦征, 北垣啓, 山口隆司, 北田俊行, 橋本国太郎: 走行車両応答による橋梁の固有振動数の推定に関する模型実験, 土木学会年次学術講演概要集, 1-291, 2009
- 2) Y.-B. Yang, C.W. Lin, J.D. Yau: Extracting bridge frequency from the dynamic response of a passing vehicle, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.272, 471-493, 2004.

表1 橋梁と車両の入力諸元

(a) 橋梁			
橋長	[m]	30	
1次固有振動数	[Hz]	3.97	
単位長さ当たり質量	[kg/m]	3000	
EI値	[N·m]	1.56×10^8	
(b) 車両			
		第1車両	第2車両
質量	[kg]	20000	2000
減衰	[kg/sec]	100000	10000
バネ剛性	[kg/sec ²]	1000000	100000

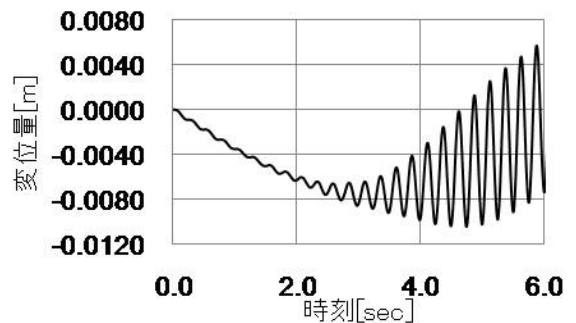


図3 橋梁中央の応答値

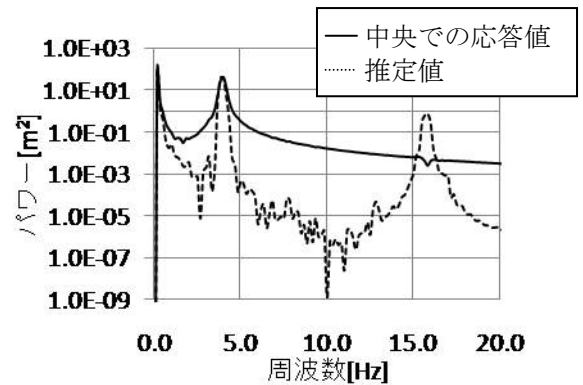


図4 橋梁振動のパワースペクトル

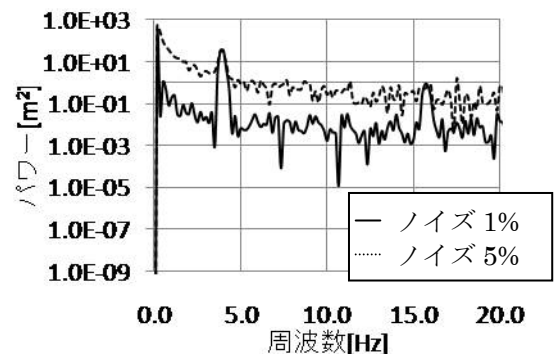


図5 ノイズ1%および5%の時の結果