FE－BE 重合要素による微小気泡を含む弾性体の変形解析

中央復建コンサルタンツ（株）　正会員　○佐藤　芳樹
京都大学防災研究所　正会員　後藤　浩之
京都大学防災研究所　正会員　高橋　良和
京都大学防災研究所　正会員　澤田　純男

１．はじめに

異質な材料の混合体であるコンクリートのマクロな材料特性を考える場合，コンクリート内部にわずかに存在する気泡はクラックの発生源になるなど，存在はミクロでありながらもマクロの挙動に影響を与える可能性が考えられる．ところが，微小な空隙を含んだ不均質な物体に対して空隙周辺の応力を精度よく求めるためには，空隙の極近傍における応力場の精度を保証しながらも，物性の異なる領域が存在する場を容易に計算できる必要がある．前者は境界型の解析手法（境界要素法など）が得意とすることであり，後者は領域型の解析手法（有限要素法など）が得意とすることである．そこで本研究では，両者の利点を活かすため，空隙の存在する要素に境界要素で表現した空隙を埋め込むことで，精度を保証しながらも全体系でみると有限要素法の枠組みの中で解析可能な手法を提案し，その検証を行う．

２．FE-BE 重合要素

空隙を含む弾性体の変形 u を，**図-1** のように空隙を含まない一様な弾性体の変形 u^R と弾性体内に空隙が存在することによる変形 u^B の重ね合わせで表現することを考える．空隙表面が自由表面であることに着目すると，u^B は一様な弾性体を仮定した場合に空隙表面位置で得られる表面力の値 T に対して正負逆の表面力-T を空隙表面に与えて得られる変位で表現することができる．また，空隙の存在による影響を取り除いた変形が連続であると仮定して，

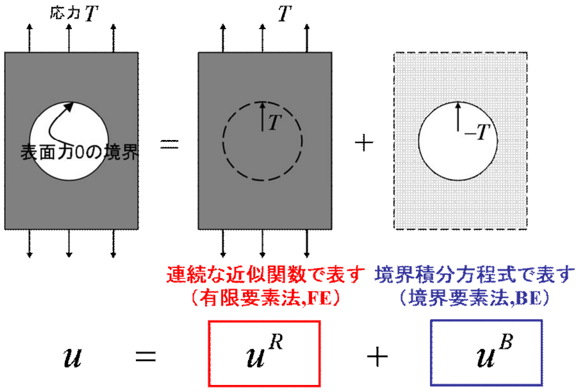


図-1　FE-BE 重合要素の概念図

u^R は通常の有限要素法と同じように形状関数により表現することにする．この場合，空隙を含む弾性体のある点 $\boldsymbol{x}$ における変位ベクトルは以下のように表される．

$$\{u(\mathbf{x})\} = [\tilde{N}(\mathbf{x})][A]^{-1}\{u^*\} = [N_v(\mathbf{x})]\{u^*\}$$

ここに，

$$[\tilde{N}(\mathbf{x})] = [N(\mathbf{x})] + [T(\mathbf{x})][H]^{-1}[G][S_r] - [U(\mathbf{x})][S_r]$$

$$[A] = [I] + [T(\mathbf{x}^*)][H]^{-1}[G][S_r] - [U(\mathbf{x}^*)][S_r]$$

$$[S_r] = [N_{or}][D][B]$$

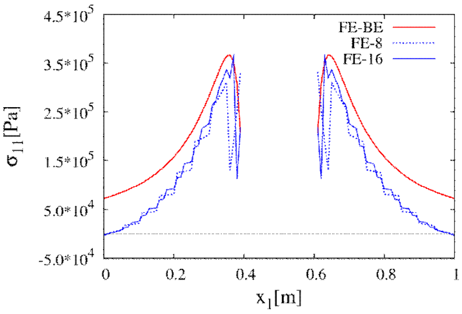
であり，$\boldsymbol{x}^*$は要素節点の位置，$\{u^*\}$は要素節点における変位ベクトル，$[N(\boldsymbol{x})]$は形状関数マトリクス，$[T(\boldsymbol{x})]$は積分方程式の一重層ポテンシャルを離散化して表現したマトリクス，$[U(\boldsymbol{x})]$は二重層ポテンシャルを離散化して表現したマトリクス，$[H]$は空隙境界位置で求めた$[T]$の対角項に 1/2 を加えたマトリクス，$[G]$は空隙境界位置で求めた$[U]$，$[I]$は単位マトリクス，$[N_{or}]$は境界要素毎の法線ベクトルを並べたマトリクス，$[D]$は弾性定数マトリクス，$[B]$は$[N]$を微分したマトリクスである．得られた$[N_v]$を空隙を含む要素に関する形状関数マトリクスとして有限要素法に適用して解析すると通常の有限要素法と同じ枠組みで解くことができる．

キーワード　空隙，不均質，有限要素法，境界要素法
連絡先　〒611-0011 宇治市五ヶ庄　京都大学防災研究所　地震災害部門　耐震基礎分野　TEL 0774-38-4069

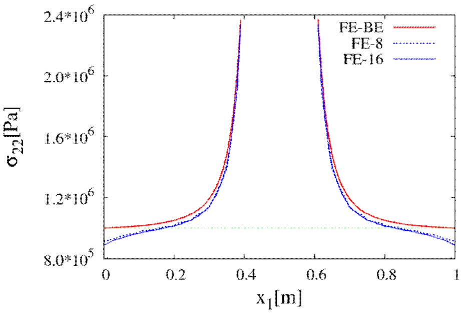
３．解析手法の検証

内部に円形の空隙をもつ薄い弾性体が一様引張を受ける場合を想定して２次元平面応力状態における変位制御解析を行った．弾性体は 1m×１m とし，その中心に半径は 0.1m の空隙を配置する．この領域を FE-BE 重合要素 1 個を用いて表現する．なお，空隙表面における境界要素は一定要素を用い，256 個の要素に分割している．空隙中心を通る断面での解析結果を**図-2** の赤線で示す．また，比較のため，対象領域を 256 個のメッシュ，および 1024 個のメッシュに分割して有限要素法により求めた結果を**図-2** の青線点線（FE-8）および青色実線（FE-16）で示す．赤線は対象領域内，特に空隙表面近傍で両青線に良く一致している．

また，5 個の空隙を含む弾性板について変位制御解析を行い，光弾性実験の結果と比較した．**図-3** に解析結果と光弾性実験結果を示す．空隙を含む要素に隣接する要素では実験結果に見られるような複雑なパターンを解析で表現できていないが，これは BE-FE 重合要素の周りに配置した通常の要素が低次の変形しか表現できないからである．ところが，このような制約が課せられているにも関わらず，空隙の周辺では，実験に見られる個々の空隙周辺の白色分布を表現することができている．



(a) σ11

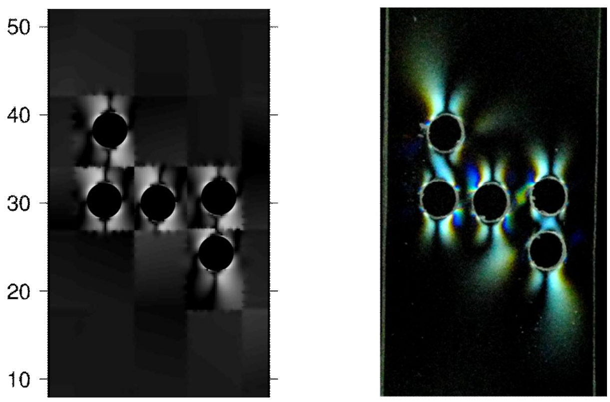


(b) σ22

図-2　空隙中心を通る断面の応力分布

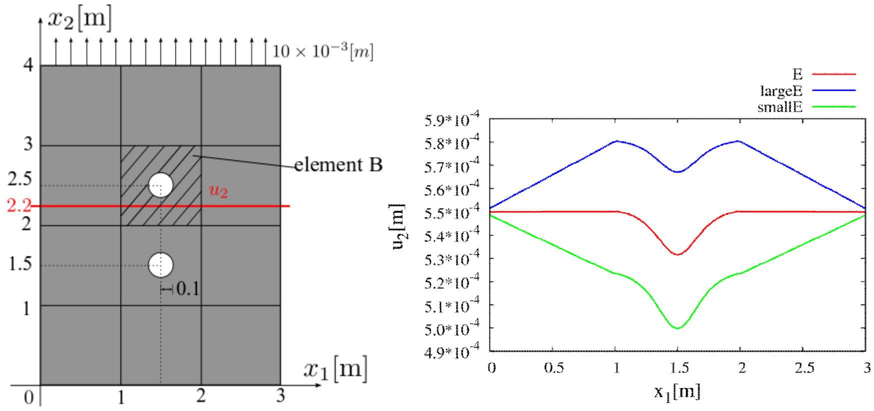
４．複数の材料定数を持つ物体の解析

異なるヤング率を持つ領域にそれぞれ存在する 2 個の空隙を含む弾性板について変位制御解析を行った．対象領域を**図-4(a)**のように 12 個の要素に分割し，空隙を含む上側の要素を要素 B と呼ぶことにする．空隙を含む要素だけを FE-BE 重合要素を用い，他の要素は通常の有限要素を用いて表す．要素 B のヤング率を変化させて解析を行った場合に断面 x_2=2.2 で得られた変位 u_2 を**図-4(b)**に示す．このように，本手法では異なるヤング率をもつ媒質を容易に計算することができることが特徴である．



(a)　解析結果　　(b)　実験結果

図-3　5 つの空隙を含む弾性板の応力分布



(a)　要素配置　　(b)　変位分布 $u_2(x=2.2)$

図-4 ヤング率を変化させて行った変形解析結果