

線材ユニット置換による非抗圧膜構造の張力場理論と大変位解析

佐賀大学 学生会員 濱田広紀, 古賀泰裕

正会員 井嶋克志, 帯屋洋之, 川崎徳明

1. まえがき

膜構造物は軽量かつ収納性, 展開性に優れているため大規模膜構造物から宇宙構造物まで幅広く利用されている. 張力により形態を維持する膜構造物は仮設時や過大な荷重下では大変位とともにその状態は大きく変化する. 一方, 膜構造解析の多くは定ひずみ要素を用いたものであるが弛緩状態を適切に扱うことができないため仮設時のような大変位現象に対応できていない. また, 僅かな曲げ剛性を考慮したシェル要素を用いた場合には複雑な座屈分岐解析となり膨大な計算を必要とするため実用的とは言えないようである.

6本の軸力部材による骨組形状と各部材剛性を適切に定めれば定ひずみ三角形要素のひずみエネルギーに等しいユニットを構成できる. 本研究は, これを利用し軸力部材を非抗圧ケーブルに置換した張力場理論により膜構造物の大変位解析を行ったものである. この置換により要素緊張時は定ひずみ要素と殆ど等しい挙動を示し, 弛緩時は要素3頂点が1点に収斂した極限状態まで張力場に基づく平衡条件により解析可能となる. また, 適切な要素分割を行えば膜構造は非抗圧ケーブル主体の張力場となり, 全ポテンシャルエネルギーは凸曲面を形成するため安定な収束計算により唯一の解を得ることができる.

2. 線材ユニットによる定ひずみ三角形要素のひずみエネルギー等価置換

平面に置かれた定ひずみ三角形要素に静定な拘束条件を与えることにより, 図-1に示す独立な3自由度の要素変形とこれに仕事の対となる要素端力との関係が次のように得られる.

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{Bmatrix} = \frac{D}{4A} \begin{bmatrix} e_1^2 + \mu l_1^2 & e_1 e_2 - \mu l_1 l_2 & e_3 e_1 - \mu l_3 l_1 \\ \text{sym.} & e_2^2 + \mu l_2^2 & e_2 e_3 - \mu l_2 l_3 \\ & & e_3^2 + \mu l_3^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta l_1 \\ \Delta l_2 \\ \Delta l_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ & K_{22} & K_{23} \\ \text{sym.} & & K_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta l_1 \\ \Delta l_2 \\ \Delta l_3 \end{Bmatrix}, \quad D = \frac{Et}{1-\nu^2}, \quad \mu = \frac{1-\nu}{2} \quad (1a, b, c)$$

ここに, 膜材は等方性と仮定し, t : 膜厚, A : 無応力時要素面積, E : ヤング率, ν : ポアソン比, l_n, e_n : 無応力要素における辺 n の長さおよび頂点 n と垂心間の距離である.

一方, 6本の軸力部材により図-2のような1次不静定トラス構造を構成する. 定ひずみ要素と同一形状を形成する辺部材を主材, 3頂点から射出し1点で結合する3部材を副材, この結合点を補助点と呼ぶ. 主材の伸び剛度を k_1, k_2, k_3 , 副材の伸び剛度は3部材とも等しく k_s , 補助点の位置を主材からの距離 h_1, h_2, h_3 によって表し, 次のように設定すれば図-2のユニット構造の剛性方程式は式(1a)と等しくなる. 補助点位置は,

$$h_1 = K_{23} / K_{sT}, \quad h_2 = K_{13} / K_{sT}, \quad h_3 = K_{12} / K_{sT} \quad (3a, b, c) \quad \text{ここに, } K_{sT} = K_{23} / a_1 + K_{13} / a_2 + K_{12} / a_3 \quad (4)$$

a_n は頂点 n からの垂線の長さである. $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ を要素形状の内角として副材伸び剛度は,

$$k_s = 2(K_{23}K_{13} / K_{12} + K_{12}K_{23} / K_{13} + K_{13}K_{12} / K_{23} + K_{23} \cos \theta_1 + K_{13} \cos \theta_2 + K_{12} \cos \theta_3) \quad (5)$$

主材伸び剛度はマトリクス対角項から得られ次式となる.

$$k_n = K_{nn} - k_s / (Fh_n^2), \quad (n=1, 2, 3) \quad (6)$$

式(3a, b, c)によって表される h_1, h_2, h_3 が全て正であれば図-2のユニット構造(タイプ1)となるが, 定ひずみ要素の形状と膜材ポアソン比によっては h_n が負となる場合が現れる. 3つの h_n の内2つが負であれば図-3(a)のタイプ2, 1つが負であれば図-3(b)のタイプ3となり, 3つが負となることはない.

キーワード: 膜構造, 張力場理論, 有限変位解析, 非抗圧性

〒840-8502 佐賀市本庄1 佐賀大学理工学部都市工学科 TEL 0952-28-8579

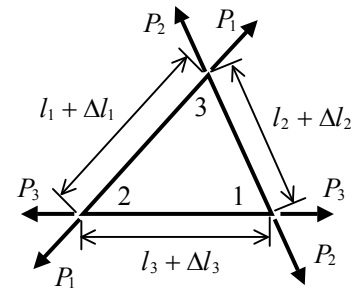
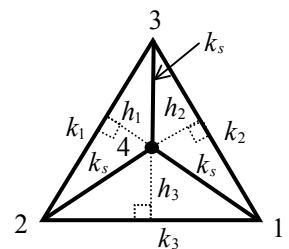


図-1 定ひずみ三角形要素



$$h_1 > 0, h_2 > 0, h_3 > 0$$

図-2 基本線材ユニット構造
(タイプ1)

式(3)～(6)により構成される軸力部材ユニット構造は微小変位の仮定のもとに同一形状の定ひずみ三角形要素と等しい剛性方程式を持つ。このユニット構造を非抗圧とするには、 $\Delta l_1, \Delta l_2, \Delta l_3 > 0$ となる要素端力作用下において圧縮軸力の部材はそのまま弾性軸力材に、引張軸力の部材は非抗圧ケーブルに置換すればよい。タイプ1のユニット構造であれば全部材ケーブルに置換されるが、タイプ2および3では副材の一部が圧縮軸力となるため弾性軸力材となる。

3. 線材ユニットの力学的特性

線材ユニットが緊張時には定ひずみ要素の剛性特性とほぼ等しく、弛緩の進行とともに非抗圧を維持しながら徐々に張力ゼロに漸近することを示す。タイプ1の場合には全て非抗圧ケーブルによる構造となるからこの現象は直感的に理解できる。したがって、ここではタイプ2について示すこととする。

各辺長 1m, 0.8m, 0.6m の直角三角形定ひずみ要素（ポアソン比 $\nu=0.4$ ）を線材ユニットに置換すれば図-4 のようにタイプ2となる。膜材の伸び剛性を $Et = 882\text{kN/m}$ とすれば、各線材の伸び剛度は表-1 となる。

図-4 の支点条件のもとに頂点2と3に同一の強制変位を同時に与えたとき、強制変位と端力の関係を図示すれば図-5 となる。図には定ひずみ要素と線材ユニットを比較して示しており、僅かな緊張時から両者は殆ど一致し、強制変位が負となる弛緩時は徐々にゼロに漸近していることが分かる。

4. 膜構造物の大変位計算例

膜構造物の仮設時解析の一例として膜ドームのインフレーションを図-6 に示す。膜材は前節の物理定数を持つ塩ビコーティングポリエステル基布である。ドームは頂角 58° 、底辺 10m の2等辺三角形平面膜5枚を貼り合わせた立体膜構造である。この平面膜に相似な底辺 1m の500要素により構成され、この要素形状からタイプ1の線材ユニット構造となる。

図-6(1)の初期状態では頂部6節点を固定し、下方より上向きに内圧荷重を作用させ、図-6(2)の内圧 13Pa 作用時から頂部6節点を開放すると同時に膜ドーム全体が内圧により持ち上がる現象を捉えることができた。

講演時にはこのような大変位現象を安定に行うための手法について詳しく説明する予定である。

参考文献：井嶋克志，帯屋洋之，川崎徳明：空間柔ケーブルによる非抗圧膜構造モデルの有限変位解析，構造工学論文集，Vol.55A，pp.11-22，2009.3。

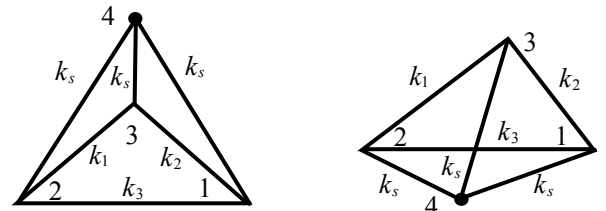


図-3 タイプ1と異なる線材ユニット構造
(a) タイプ2 $h_1 < 0, h_2 < 0, h_3 > 0$ の例
(b) タイプ3 $h_1 > 0, h_2 > 0, h_3 < 0$ の例

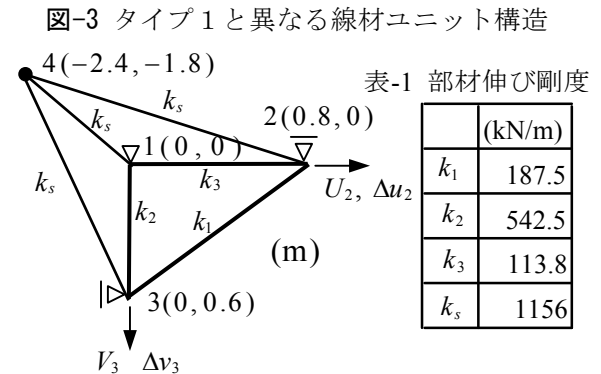


図-4 直角三角形要素とそのユニット構造

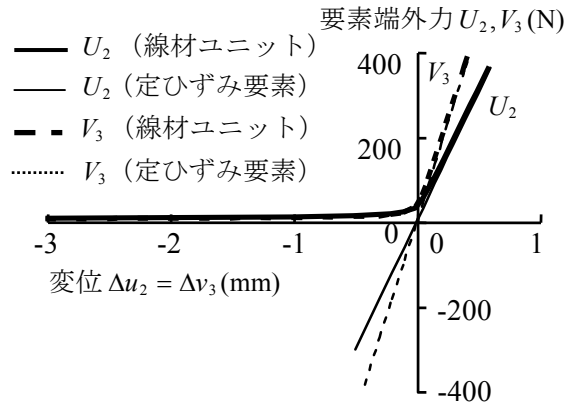
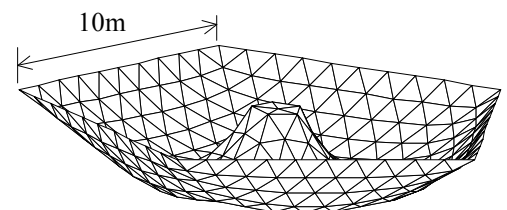
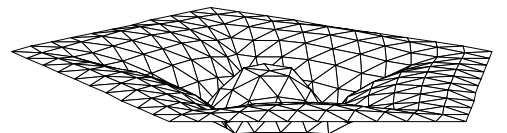


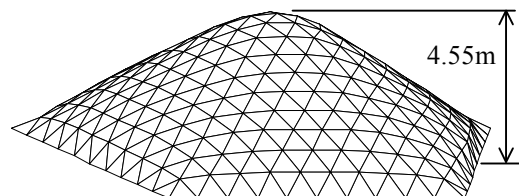
図-5 強制変位と要素端外力の関係



(1) 初期状態（頂部6節点は固定）



(2) 内圧 13Pa 作用時（頂部6節点は固定）



(3) 内圧 15Pa 作用時

図-6 五角形膜ドームのインフレーション解析