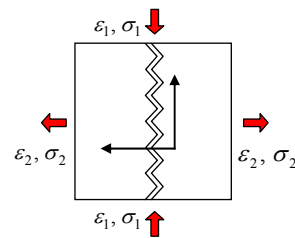


ひび割れ面の力学挙動に着目したポアソン効果の表現

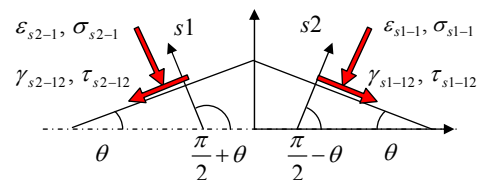
名古屋大学大学院	正会員	○上田 尚史
名古屋大学大学院	正会員	中村 光
名古屋大学大学院	正会員	国枝 稔

1. はじめに

コンクリート構造物の数値解析の課題として、多軸応力下の構成モデルが挙げられる。特に、帯筋や鋼管等で拘束されたコンクリートのように受動側圧を受ける場合の構成モデルについては明確になっていない。圧縮応力作用下のコンクリートは、強度付近においてダイレタンスが生じるため、拘束されたコンクリートの挙動を評価するためにはその影響を適切に評価する必要がある。しかし、既往の有限要素解析においては、見かけのポアソン比を用いた解析が行われており、必ずしも現象を十分に評価できるには至っていない。本研究では、ひび割れ面の挙動に着目して力学的な観点からポアソン効果を表現することを試みた。



(a) ひび割れとひび割れ座標系



(b) 斜面の力の状態

図-1 ひび割れ面のモデル化

2. ひび割れ面挙動によるポアソン効果の定式化

本研究では、圧縮力により生じたひび割れ面を図-1に示すように角度 θ を有する山の集合としてモデル化する。ここである一つの山に着目すると、斜面においては直方向の力とすべり方向の摩擦力が存在する。ここで、斜面の座標系 $s1$ および $s2$ はひび割れ座標系に対して $\pi/2 \pm \theta$ の角度を有しているので、斜面のひずみ成分はひび割れ座標系ひずみとひずみ回転マトリクスを用いて次式のように表される。

$$\begin{Bmatrix} d\epsilon_{s1-1}, d\epsilon_{s2-1} \\ d\gamma_{s1-12}, d\gamma_{s2-12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2(\pi/2 \pm \theta) & \sin^2(\pi/2 \pm \theta) & \frac{1}{2} \sin 2(\pi/2 \pm \theta) \\ \sin 2(\pi/2 \pm \theta) & -\sin 2(\pi/2 \pm \theta) & \cos 2(\pi/2 \pm \theta) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\epsilon_1 \\ d\epsilon_2 \\ d\gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

ここで、 $d\epsilon_1$ 、 $d\epsilon_2$ および $d\gamma_{12}$ は、ひび割れ座標系の軸ひずみおよびせん断ひずみの増分であり、 $d\epsilon_{s1-1}$ 、 $d\epsilon_{s2-1}$ 、 $d\gamma_{s1-12}$ 、 $d\gamma_{s2-12}$ は、それぞれ斜面座標系 $s1$ 、 $s2$ の直ひずみとせん断ひずみの増分である。ただし、 $d\epsilon_1 < 0$ 、 $d\epsilon_2 > 0$ とする。

斜面直方向の剛性を E 、すべり方向の剛性を G とすると、それぞれの方向の応力増分 $d\sigma_{s1-1}$ 、 $d\sigma_{s2-1}$ 、 $d\tau_{s1-12}$ 、 $d\tau_{s2-12}$ が計算され、それら斜面の応力増分をひび割れ座標系に戻すことでひび割れ座標系の応力増分が得られる。

$$\begin{Bmatrix} d\sigma_1 \\ d\sigma_2 \\ d\tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2(\pi/2 \pm \theta) & \sin^2(\pi/2 \pm \theta) & \frac{1}{2} \sin 2(\pi/2 \pm \theta) \\ \sin 2(\pi/2 \pm \theta) & -\sin 2(\pi/2 \pm \theta) & \cos 2(\pi/2 \pm \theta) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\epsilon_{s1-1}, d\epsilon_{s2-1} \\ d\gamma_{s1-12}, d\gamma_{s2-12} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

ここで、 $d\sigma_1$ 、 $d\sigma_2$ および $d\tau_{12}$ は、ひび割れ座標系の軸応力およびせん断応力の増分である。ただし、本研究では、ひび割れ面の作用による応力増分はひび割れ面直交方向のみ考慮することとした。したがって、式(1)、(2)を整理すると、最終的に次式が得られる。

$$\begin{Bmatrix} d\sigma_1 \\ d\sigma_2 \\ d\tau_{12} \end{Bmatrix} = 2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ (E - 4G) & (-\frac{E}{\tan^2 \theta} + 4G) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\epsilon_1 \\ d\epsilon_2 \\ d\gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

すなわち、ひび割れ面の山の角度（以下、山の角度）と斜面の剛性を適切に与えることにより、力の釣合が満足されることでダイレタンスを自動的に表現することが出来る。

キーワード ポアソン効果, ダイレタンス, ひび割れ面挙動, 構成モデル

連絡先 〒464-8603 愛知県名古屋市千種区不老町1 名古屋大学大学院工学研究科社会基盤工学専攻 TEL052-789-4635

3. 解析例および考察

モデルの検証解析として、小阪らにより行われたコンクリートの圧縮試験¹⁾を対象として解析を行なった。圧縮を受けるコンクリートの応力ひずみ関係は、圧縮強度までは Saenz の式を用い、強度以降は直線的に応力が低下するものとした。山の角度 θ は 50° 、 60° および 70° を仮定した。斜面直方向には弾性挙動を仮定し、弾性係数 E はコンクリートと等しいものと仮定した。斜面すべり方向には割線型の応力-ひずみ関係を仮定し、次式に示すように、割線剛性 G^* がひび割れ幅 w の増加により低下するものとした。

$$G^* = \frac{G}{45 \cdot w + \alpha} \quad (4)$$

ただし、 α は係数であり、ひび割れ幅が 0 のときのポアソン比が材料としてのポアソン比 0.18 と等しくなるように、山の角度 50° 、 60° および 70° に対して、それぞれ、5.4、5.0 および 4.8 とした。解析モデルは図-2 に示すように 1 要素で行った。材料特性値は、圧縮強度は 26.4MPa、弾性係数は 35GPa とした。また、ひび割れの発生は圧縮軸直交方向のひずみが 100μ を越えた時とした。

図-3 に解析より得られた応力-ひずみ関係を実験結果と併せて示す。図において、ひずみは圧縮を正、引張りを負としている。図より、山の角度を大きく仮定することで圧縮軸直交方向に大きく変形していることが分かる。これは、山の角度が大きくなると、力の釣合を満足するために圧縮軸直交方向に大きな変形が必要となるためである。

図-4 に圧縮ひずみ-接線ポアソン比の関係を示す。図には、Won らの提案式²⁾による関係を併せて示す。解析において接線ポアソン比は鉛直方向と水平方向の変形量の増分の比から求めた。図より、山の角度が 60° 程度であれば実験結果を概ね評価できることが分かる。また、山の角度を大きく仮定することで、Won らの提案式のように非常に大きなダイランシーを表現することが可能であることが分かる。なお本モデルでは、ひび割れ幅の増大により斜面すべり方向の剛性が 0 になることで接線ポアソン比は $\tan^2 \theta$ に収束するため、接線ポアソン比の最大値は山の角度 θ に依存することになる。

ここで、実際のひび割れ面を考えると、山の角度が 60° や 70° と仮定することは非常に大きいように思われる。しかし、圧縮作用によりコンクリート中のマイクロクラックが伝播することで、複数のひび割れが生じるとともにひび割れの形状が変化することを考慮すれば、1 つのひび割れ面のみを仮定した場合の見かけの山の角度は大きくなっているものと考えられる。したがって、山の角度を見かけの角度として考慮し、ひび割れ幅の大きさなどにより変化するモデルを考えていくことで、より妥当な結果が得られるものと思われる。

4. まとめ

ひび割れ面の力学挙動に着目して、圧縮応力作用下のコンクリートのポアソン効果を表現することを試みた。本研究で提案したモデルにより、力の釣合のみでポアソン効果を表現することができ、多軸応力下のコンクリートの構成モデルへの適用の可能性を示した。今後は、モデルのより詳細な検討を行っていく予定である。

参考文献

- 1) 小阪ら：低側圧 3 軸圧縮下のコンクリートの塑性変形挙動，第 6 回コンクリート工学年次講演会論文集，pp.257-260，1984.
- 2) Won, Y.H. and Fafitis, A. : A nonlinear multiaxial constitutive law for concrete, Journal of the Pressure Vessels and Piping Division, ASME, Vol.153, pp.51-59, 1988.

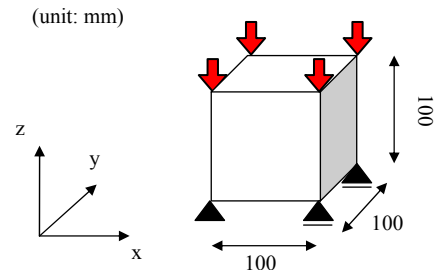


図-2 解析モデル

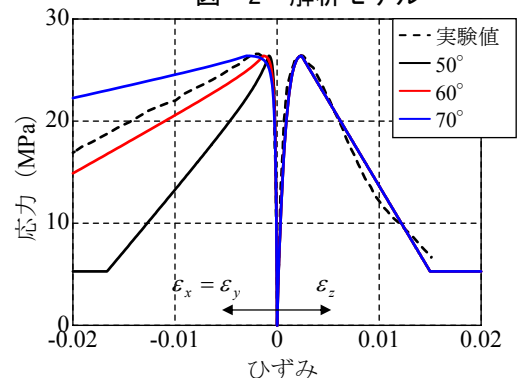


図-3 応力-ひずみ関係

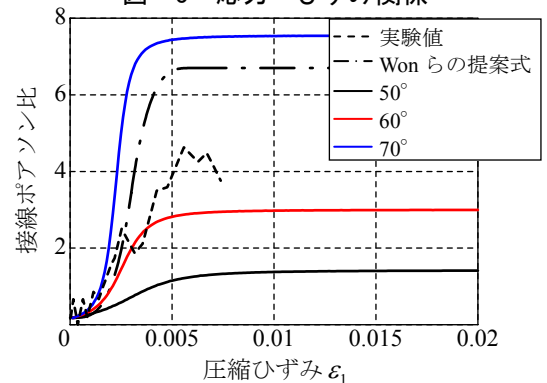


図-4 圧縮ひずみ-接線ポアソン比の関係