レール温度座屈の分岐形態に関する研究

新潟大学大学院自然科学研究科　学生員　田中 洋介
新潟大学工学部建設学科　正会員　阿部 和久
(財) 鉄道総合技術研究所　正会員　西宮 裕騎
新潟大学大学院自然科学研究科　正会員　紅露 一寛

1.　はじめに

軌道にロングレールを用いることで軌道保守コスト縮減や乗り心地の向上などが期待できるが，その一方で温度上昇から受ける影響が定尺レールよりも大きい．そのためロングレールを使用・管理するにあたって，温度変化を受けた際のレールの座屈挙動をより正確に把握することが重要である．

既往の研究 1) では座屈発生後のレールの変形形状を予め想定し，たわみ近似式にエネルギー法を適用することで座屈発生荷重や各種軌道条件の寄与度を明らかにしている．しかしこの方法では初期不整存在下の座屈荷重に議論が限定されており，レールにおける座屈形態の発生過程については不明な点が多い．

本来無限長レールを考えると，最初に図１ (a) のような一様な座屈変形が起こるはずである．しかし，実際には (b) の様な座屈形状が発生する．(a) の一様な変形から，どのようなメカニズムにより局所変形が発生するのかを知ることは，座屈による変形範囲を想定する上でも重要である．

そこで本研究では，無限長レールの座屈を考え，その成長過程を段階的に解析していくことで，座屈の発生メカニズムの本質に迫ることを目的とする．

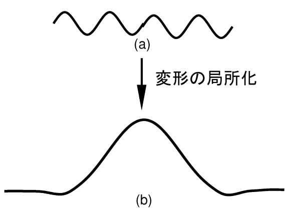

図 1　座屈の成長過程

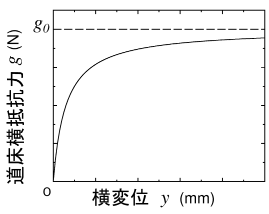

図 2　道床横抵抗力

2.　初期座屈モードの解析

(1)　解析方法

図３のようなスパン長 L のレールモデルを考える．図中の k はまくらぎによる道床横抵抗力を表すバネ定数であり一般に図２の様な非線形性を有している 2)．また，レールには温度軸圧縮力 N が一様に作用しているものとする．このとき，レール１ユニット当りの剛性行列 [**K**]，変位 {**U**} に対し次のような固有値問題が得られる．

表 1　各種物理量

レールの断面積 (cm^2)	$A = 64.05$
断面２次モーメント (cm^4)	$I = 322.0$
レールのヤング率 (N/cm^2)	$E = 2.06{\times}10^7$
まくらぎの初期バネ定数 (MN/m)	$k = 19.3$
まくらぎ間隔 (cm)	$l = 60$

$$[\mathbf{K}]\{\mathbf{U}\} = N[\mathbf{C}]\{\mathbf{U}\} \qquad (1)$$

ここで１ユニットの両端点に Floquet 原理を適用すると，座屈発生時の Floquet 波数 κ と軸力 N との関係や，初期座屈モードを求めることができる．

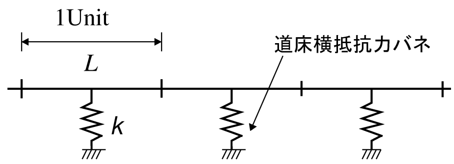

図 3　無限長レールのモデル化

(2)　解析結果

レールの各種物理量を表１に示す．

図４は (1) の固有値解析より求めた Floquet 波数 κ-軸力 N 曲線である．この曲線上で軸力 N が最小になる点，すなわち $\kappa{\times}L = 1.57$，$N = 9.13$MN の条件下で初期座屈が起こる．

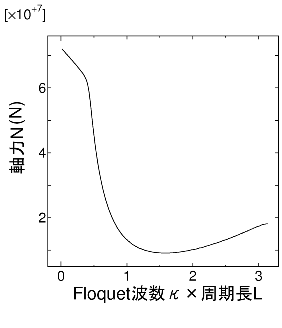

図 4　$\kappa - N$ 曲線

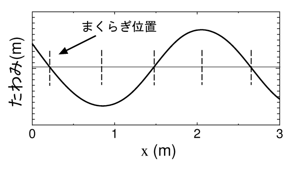

図 5　初期の座屈モード

座屈モードは図５のようになり，まくらぎ４本分 (４ユニット) で１周期を与える無限周期場を形成する．

keywords : ロングレール，温度座屈，局所化
連絡先 : 950-2181 新潟市西区五十嵐二の町 8050 番地
TEL 025 (262) 7028 FAX 025 (262) 7021

3. 分岐過程解析

(1) 主分岐経路の追跡

2. の結果より，まくらぎ４区間を１周期とする周期境界条件を課し，増分解析を実施する．最初レールは完全に真直ぐなものとし，文献 3) の手法に基づき変位増分を与え，変位制御により主分岐経路上での増分解析を進める．各変位増分段階では，接線剛性行列に Floquet 波数 κ の周期条件を課し，第一固有値の値を調べる．

(2) 分岐点近傍の分岐集合

分岐点近傍におけるレール温度上昇量とたわみ振幅との関係を図６に示す．図より，分岐直後から温度は低下し，不安定座屈の様相を呈していることがわかる．なお，これは図２のような道床横抵抗力の非線形性に起因している．

図４，６より，波数-温度-たわみ振幅空間において分岐集合（接線剛性行列の特異点）が次式のような曲面で与えられることが理解できる．

$$\nu = \frac{1}{2}N_0''\kappa^2 + \dot{N}_0\varepsilon \tag{2}$$

ここで，ν, κ は座屈点からの相対温度および相対波数，ε はたわみ，その他は定数である．

この場合，主分岐経路上の分岐集合は $\kappa - \epsilon$ 空間において２次曲線を与えることとなる．

たわみ振幅と相対波数空間内の第一固有値のゼロ点集合を図７に示す．座屈の瞬間，$\kappa L = \pi/2$ に特異点が発生するが，その後無限小たわみの発生と共に，当該波数近傍の波数成分に対応する変位増分において負の固有値が分布し，その辺縁部に放物線状の分岐曲線が現れることがわかる．すなわち，主分岐経路からの分岐モードは，個々に独立しておらず，連続スペクトルにより与えられる．また，図７より，式 (2) の妥当性を確認できる．

(3) 局所化の発生機構

以上より，無限小たわみ ε における変位増分速度と変位は次式で近似できる．

$$\begin{aligned} \dot{u}(\varepsilon) &= \int_{k_0-\kappa_\varepsilon}^{k_0+\kappa_\varepsilon} \dot{u}^* e^{ikx}\, dk, \\ u(\varepsilon, x) &= \int_0^{\varepsilon} \dot{u}(\alpha)\, d\alpha \end{aligned} \tag{3}$$

ここで，k_0 は座屈点での波数である．

なお，$\varepsilon = u(\varepsilon, x = 0)$ より，$\dot{u}^* \approx 1/\sqrt{\varepsilon}$ となる．このとき，式 (3) より分岐直後のたわみ形状は次式で近似されることとなる．

$$u(\varepsilon, x) = \frac{4b}{x^2}\sin^2\sqrt{\frac{\varepsilon}{b}}\frac{x}{2}\cdot e^{ik_0 x} \tag{4}$$

ここで b は定数である．

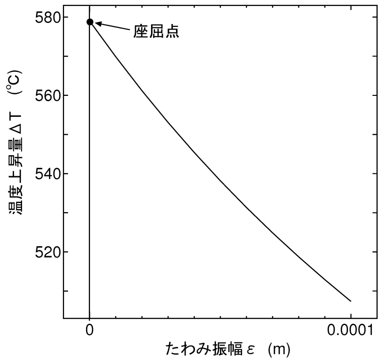

図 6 $\varepsilon - \Delta t$ 曲線

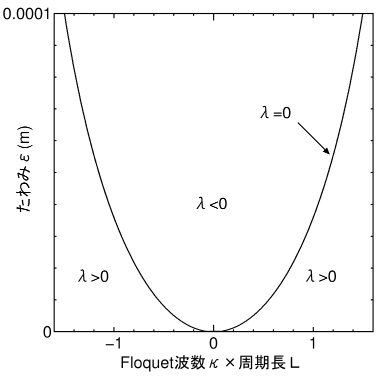

図 7 $\kappa - \varepsilon$ 曲線

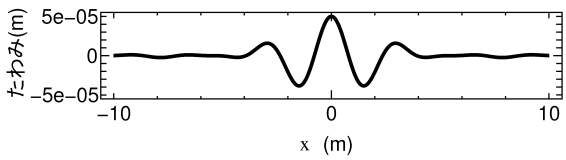

図 8 局所化後のたわみ形状

この式で与えられる形状の一例を図８に示す．図より，無限小の分岐たわみ下において，既に局所化が必然的に発生している様子が窺える．また図１ (b) の座屈形状との類似が認められ，上述の議論がレール座屈の発生過程を適切に説明づけていることが追認できる．

4. おわりに

本研究により，無限長レールが座屈を起こした際，一様な変形形状を示した直後，連続スペクトル下で分岐が起こり，その結果必然的に局所化を起こし局部的な大変形を起こす過程が明らかとなった．

参考文献

1) 宮井徹：エネルギー法による軌道座屈の数値解析，鉄道技術研究報告，No.1271(施設編第 554 号)，1984.
2) 片岡宏夫，柳川秀明，高原正樹： 列車荷重を考慮したロングレールの座屈安定性解析，RTRI REPORT Vol.17 No.17, No.2, 2003. 2
3) 岡澤重信，宇佐美勉，野口裕之，藤井文夫：３次元塑性不安定解析による引張鋼材の局部くびれ挙動，土木学会論文集，No.654，285-296，2000.