

レール長手方向にはりを増設した軌道の動的解析

東海旅客鉄道株式会社 正会員 川崎 祐征

1. はじめに

軌道の高剛性化による保守の省力化や地盤振動の低減などを目的として、まくらぎの上面（あるいはまくらぎ端部）にはり部材を増設する軌道構造がこれまでに提案され、解析や試験が実施されている^{1)～3)}。このような軌道の動的特性を検討するにあたっては、有限要素法に代表されるような解析手法では解析に時間を要するため、簡便な手法による解析が望まれる。そこで、鉛直方向における軌道の動的特性の解析に従来から用いられている理論解析モデルを応用し、レール長手方向にはりを増設した軌道の動的解析を行ったので、以下にその概要について報告する。

2. 理論解析モデルおよび解法

レール長手方向にはりを増設した軌道の動的解析に用いる理論解析モデルを図1に示す。レールおよび増設はり軌道スラブ（まくらぎ）上で連続的に支持されており、軌道スラブは路盤上に連続的に支持されているものとする。ここで、各軌道部材の単位長さあたり質量、ヤング率および断面2次モーメントを m_i , E_i , I_i とし、各軌道部材間の単位長さあたり複素ばね定数を k_i とする。

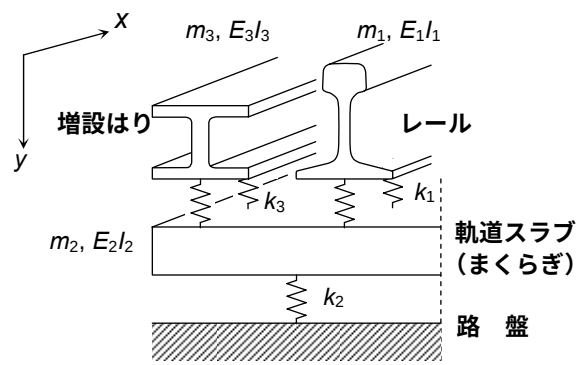


図1 動的特性の理論解析モデル（断面図）

このモデルにおいて、外力 $F \cdot e^{j\omega t}$ がレール頭部でレール長手方向の座標軸の原点で加わるものとし、はり要素を Euler はりと仮定すると、レール、軌道スラブ（まくらぎ）および増設はりの鉛直方向の運動方程式は式(1)のように表すことができる。なお、横まくらぎの場合は式(1)中で $I_2=0$ とすればよい。

$$\left. \begin{aligned} E_1 I_1 \frac{d^4 y_1(x,t)}{dx^4} + m_1 \frac{d^2 y_1(x,t)}{dt^2} - k_1 \{y_2(x,t) - y_1(x,t)\} &= F \cdot \delta(x) \cdot e^{j\omega t} \\ E_2 I_2 \frac{d^4 y_2(x,t)}{dx^4} + m_2 \frac{d^2 y_2(x,t)}{dt^2} + k_1 \{y_2(x,t) - y_1(x,t)\} + k_2 y_2(x,t) + k_3 \{y_2(x,t) - y_3(x,t)\} &= 0 \\ E_3 I_3 \frac{d^4 y_3(x,t)}{dx^4} + m_3 \frac{d^2 y_3(x,t)}{dt^2} - k_3 \{y_2(x,t) - y_3(x,t)\} &= 0 \end{aligned} \right\} \cdots \cdots \text{式(1)}$$

$y_i(x,t)$: 各軌道部材の鉛直方向の変位 ω : 円周波数
 ただし、 $\delta(x)$: diracのデルタ関数 t : 時間
 j : 虚数単位 x : レール長手方向の座標

ここで $y_i(x,t) = Y_i(x)e^{j\omega t}$ とおくことにより、式(1)は以下のように表すことができる。

$$\left. \begin{aligned} E_1 I_1 \frac{d^4 Y_1(x)}{dx^4} - m_1 \omega^2 Y_1(x) - k_1 \{Y_2(x) - Y_1(x)\} &= F \cdot \delta(x) \\ E_2 I_2 \frac{d^4 Y_2(x)}{dx^4} - m_2 \omega^2 Y_2(x) + k_1 \{Y_2(x) - Y_1(x)\} + k_2 Y_2(x) + k_3 \{Y_2(x) - Y_3(x)\} &= 0 \\ E_3 I_3 \frac{d^4 Y_3(x)}{dx^4} - m_3 \omega^2 Y_3(x) - k_3 \{Y_2(x) - Y_3(x)\} &= 0 \end{aligned} \right\} \cdots \cdots \text{式(2)}$$

キーワード：軌道力学，軌道構造，動的解析

連絡先：〒485-0801 愛知県小牧市大山 1545 番 33 Tel. 0568-47-5371 FAX 0568-47-5364

式(2)の $Y_i(x)$ に関する微分方程式についてフーリエ変換・逆変換を用いて解くことにより各軌道部材の変位に関する周波数応答関数を求めることができ、具体的な解法については文献⁴⁾による。ただし、レールおよび増設はりと同じ諸元でかつ軌道スラブ上で支持されている複素ばね定数が同一(即ち $m_1=m_3$, $E_1=E_3$, $I_1=I_3$, $k_1=k_3$) の場合は、フーリエ逆変換において留数定理を用いる際、他の場合と比較して極の数が少ないので、微分方程式を解く際に注意する必要がある。

3. 解析結果例

レール長手方向にはりを増設した軌道の動特性の解析結果の例として、表1に示す条件による解析結果を示す。解析条件について、条件(1)は横まくらぎを用いた一般的な軌道を、条件(2)はレールの曲げ剛性を2倍にした軌道を、条件(3)はレールと同じ諸元の増設はりをまくらぎに強固に接続した軌道を想定している。なお、減衰係数は速度比例型のダッシュポットと仮定し、減衰係数の周波数依存性は考慮しないものとする。

表1 解析条件

項 目		記号	単位	数 値			記 事
				条件(1)	条件(2)	条件(3)	
レール	質量	m_1	kg/m	60.8			
	曲げ剛性	E_1I_1	N・m ²	6.37×10 ⁶	12.74×10 ⁶	6.37×10 ⁶	
まくらぎ	質量	M_2	kg	150			$m_2=M_2/L$
	曲げ剛性	E_2I_2	N・m ²	0			横まくらぎ
増設はり	質量	m_3	kg/m	－	－	60.8	
	曲げ剛性	E_3I_3	N・m ²	－	－	6.37×10 ⁶	
ばね定数	レール／まくらぎ間	K_1	N/m	200×10 ⁶			$k_i=(K_i+c_i\omega j)/L$
	まくらぎ／路盤間	K_2	N/m	200×10 ⁶			
	増設はり／まくらぎ間	K_3	N/m	－	－	200×10 ⁹	
減衰係数	レール／まくらぎ間	c_1	N・s/m	50×10 ³			
	まくらぎ／路盤間	c_2	N・s/m	50×10 ³			
	増設はり／まくらぎ間	c_3	N・s/m	－	－	50×10 ³	
レール締結間隔		L	m	0.6			

表1の解析条件における载荷点直下のレールのレセプタンス(変位／外力の伝達関数)を図2に示す。条件(2)と条件(3)は、軌きょう剛性としては両者とも条件(1)の2倍であるが、条件(2)は全ての周波数領域でレールのレセプタンスが条件(1)より下がっている一方、条件(3)では条件(1)よりレセプタンスが大きくなっている周波数領域があることがわかる。このように軌きょう剛性を大きくする方策の違いによってレールの振動特性が異なってくるため、新しい軌道構造を設計する際には軌道の動的特性の差異に留意する必要がある。

4. おわりに

理論解析モデルによる軌道の動的特性の解析は、有限要素法による解析などと比較して詳細かつ高精度の解析を行うことは困難である一方、短時間で計算可能なため、多数の解析条件の比較・分析が容易であるという利点がある。今後は本稿で紹介した理論解析モデルを拡張し、応用範囲を広げるようにしていきたい。

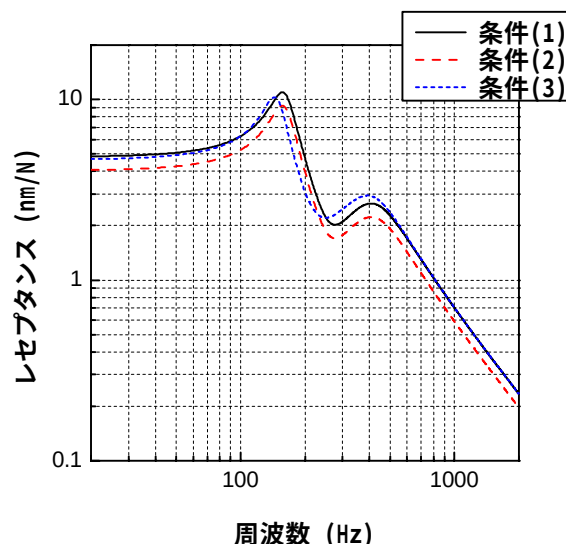


図2 载荷点直下のレールのレセプタンス

- 参考文献 1) 吉岡修：「軌道の高剛性化による振動防止効果」，鉄道総研報告 第7巻第4号，1993年4月
 2) 福井義弘ほか：「高剛性軌道の性能確認試験」，土木学会第50回年次学術講演会概要集第4部，1995年9月
 3) 名村明ほか：「高剛性軌道の構造解析」，土木学会第52回年次学術講演会概要集第4部，1997年9月
 4) 佐藤吉彦：「軌道高周波振動の理論解析」，鉄道技術研究報告 No.1013，1976年8月