鉄道用バラスト材の繰返し変形解析に用いる下負荷面モデルの改良の試み

新潟大学大学院自然科学研究科　学生員　福津 佑太
新潟大学大学院自然科学研究科　正会員　紅露 一寛
新潟大学工学部建設学科　正会員　阿部 和久

1. はじめに

バラスト道床においては，列車の繰り返し走行に伴い，主としてバラスト粒子の移動・回転によって残留変位の累積・沈下現象が生じる．道床沈下の発生メカニズムを解明するためには，道床内部の変形状態の把握が必要であるが，実験において道床内部の挙動を評価することは容易でない．そこで，不連続変形法 (DDA)[1] などの不連続体解析が試みられているが，計算負荷が多大となる傾向がある．

著者はこれまで，道床部を力学的に等価な弾塑性連続体としてモデル化し，橋口が提案した下負荷面モデル [2] を援用して，実物大軌道の繰り返し載荷試験 [3] の有限要素解析を行い [4]，道床内部の変形挙動の評価を試みてきた．

ただし，文献 [2] の塑性モデルでは物性値の設定によっては降伏面の凸性が保証できなくなることがある．そこで，降伏曲面の基本形状を文献 [5] で橋口が提案した関数と修正カムクレイモデルを組み合わせることで定義し，バラスト材の大型繰り返し三軸試験 [6] を対象とした応力解析を試みる．

2. 回転硬化を考慮した下負荷面モデル

本研究では，微小変形下で亜弾性構成則を仮定する．

$$\begin{aligned}\dot{\sigma}_{ij} &= E_{ijkl}(D_{kl}-D^p_{kl}),\quad K=\frac{p+p_{num}}{\gamma},\\ E_{ijkl} &= \left(K-\frac{2}{3}G\right)\delta_{ij}\delta_{kl}+G(\delta_{ik}\delta_{jl}+\delta_{il}\delta_{jk}).\end{aligned}\tag{1}$$

ここで，σ_{ij} は応力テンソル，$D_{kl}=\dot{\varepsilon}_{kl}$ はひずみ速度（ε_{kl}：微小ひずみ），D^p_{kl} は塑性ひずみ速度であり，ν は Poisson 比，γ, p_{num} は材料定数である．また，$p=-\sigma_{kk}/3$ である．

下負荷面モデルは，塑性ストレッチング $\boldsymbol{D}^p$ を与えるために導入する．まず，許容応力空間を定めるために，次式で表される正規降伏面を定義する．

$$f(\hat{\boldsymbol{\sigma}},\boldsymbol{\beta})=F(H),\quad F=F_0\exp\left(-\frac{H}{\rho-\gamma}\right),\tag{2}$$

ここで，H，$\boldsymbol{\beta}$ はそれぞれ等方硬化変数，回転硬化変数，F，F_0 は等方硬軟化関数その初期値，$\hat{\boldsymbol{\sigma}}$ は正規降伏面上の応力，ρ は材料定数である．

次に，正規降伏面 (2) に対し，収縮率 R で相似である曲面を下負荷面と定義して，次式で与える．

$$f(\bar{\boldsymbol{\sigma}},\boldsymbol{\beta})=\bar{p}(1+\bar{\chi}^2)=RF(H),\tag{3}$$

ここで，$\bar{\boldsymbol{\sigma}}$ は下負荷面上の応力で，$\boldsymbol{s}$ を相似中心応力，$\bar{\boldsymbol{\alpha}}=(1-R)\boldsymbol{s}$ を正規降伏面上の応力零の点に対応する下負荷面上の共役点として，$\bar{\boldsymbol{\sigma}}\equiv\boldsymbol{\sigma}-\bar{\boldsymbol{\alpha}}$ で与える．さらに，$\bar{p}=-\mathrm{tr}\bar{\boldsymbol{\sigma}}/3$，$\bar{m}$ は材料関数とし，

$$\bar{\boldsymbol{\eta}}=\frac{\bar{\boldsymbol{\sigma}}^*}{\bar{p}}-\boldsymbol{\beta},\quad \bar{\boldsymbol{\sigma}}^*\equiv\bar{\boldsymbol{\sigma}}+\bar{p}\boldsymbol{I},\quad \bar{\chi}=\frac{\|\bar{\boldsymbol{\eta}}\|}{\bar{m}},\tag{4}$$

を定義する．$\boldsymbol{\beta}$，$\boldsymbol{s}$ の発展則は次のように表される．

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{\beta}} &= b_r\|\boldsymbol{D}^{p*}\|\,\|\bar{\boldsymbol{\eta}}\|\,\bar{\boldsymbol{\eta}}_b,\quad \bar{\boldsymbol{\eta}}_b=\bar{m}_b\frac{\bar{\boldsymbol{\eta}}}{\|\bar{\boldsymbol{\eta}}\|}-\boldsymbol{\beta},\\ \dot{\boldsymbol{s}} &= c\|\boldsymbol{D}^p\|\,\tilde{\boldsymbol{\sigma}}+\frac{1}{F}\left\{\dot{F}-\mathrm{tr}\left(\frac{\partial f(\boldsymbol{s},\boldsymbol{\beta})}{\partial\boldsymbol{\beta}}\dot{\boldsymbol{\beta}}\right)\right\}\boldsymbol{s},\end{aligned}\tag{5}$$

なお，$\tilde{\boldsymbol{\sigma}}$ と材料関数 c，下負荷面の外向き単位法線ベクトル $\bar{\boldsymbol{N}}$ は次式で与える．

$$\begin{aligned}c &= \frac{c_1}{R^{c_3}}\exp\left(c_2\frac{1}{\sqrt{3}}\mathrm{tr}\bar{\boldsymbol{N}}\right),\quad \tilde{\boldsymbol{\sigma}}=\boldsymbol{\sigma}-\boldsymbol{s}.\\ \bar{\boldsymbol{N}} &= \frac{1}{\varphi}\frac{\partial f(\bar{p},\bar{\chi})}{\partial\boldsymbol{\sigma}},\quad \varphi=\left\|\frac{\partial f(\bar{p},\bar{\chi})}{\partial\boldsymbol{\sigma}}\right\|.\end{aligned}\tag{6}$$

また，相似中心面を規定する関数 $f(\boldsymbol{s},\boldsymbol{\beta})$ は，$p_s=-\mathrm{tr}\boldsymbol{s}/3$，相似比 R_s，材料関数 m_s 材料関数を用いて次式で定義する．

$$\begin{aligned}f(\boldsymbol{s},\boldsymbol{\beta}) &= p_s(1+\chi_s)=R_sF(H),\\ \boldsymbol{s}^* &= \boldsymbol{s}+p_s\boldsymbol{I},\quad \boldsymbol{\eta}_s=\frac{\boldsymbol{s}^*}{p_s}-\boldsymbol{\beta},\quad \chi_s=\frac{\|\boldsymbol{\eta}_s\|}{m_s},\end{aligned}\tag{7}$$

等方硬軟化変数の発展則は，$\boldsymbol{D}^{p*}$ を $\boldsymbol{D}$ の偏差成分として，次式で与える．m_d は材料関数である．

$$\dot{H}=\mathrm{tr}\boldsymbol{D}^p+\mu\|\boldsymbol{D}^{p*}\|\,(m_d-\frac{\|\boldsymbol{\sigma}^*\|}{p}).\tag{8}$$

流動則は，関連流動則を採用する．λ は正値の比例定数として，次式を得る．なお，D_p は文献 [2] の定義に従う．

$$\boldsymbol{D}^p=\lambda\bar{\boldsymbol{N}},\qquad \lambda=\frac{\mathrm{tr}(\bar{\boldsymbol{N}}\boldsymbol{E}\boldsymbol{D})}{D_p+\mathrm{tr}(\bar{\boldsymbol{N}}\boldsymbol{E}\bar{\boldsymbol{N}})},\tag{9}$$

keywords：バラスト，下負荷面モデル，回転硬化，道床沈下，繰り返し荷重
連絡先：950-2181 新潟市西区五十嵐二の町 8050 番地
TEL 025 (262) 7274 FAX 025 (262) 7021

また，塑性負荷状態の判定には，次式を用いる．

$$\begin{aligned} \boldsymbol{D}^p \neq \boldsymbol{0}: &\quad \bar{N}_{ij}E_{ijkl}D_{kl} > 0, \\ \boldsymbol{D}^p = \boldsymbol{0}: &\quad \bar{N}_{ij}E_{ijkl}D_{kl} \leq 0, \end{aligned} \tag{10}$$

3. 材料関数の設定と修正

既往の研究 [4] では，上述の諸式に含まれる材料関数のうち，$\bar{m}$, m_s, $\bar{m}_b$, m_d は橋口ら [2] が提唱する次式の関数をそのまま用いていた．

$$\begin{aligned} &\bar{m} = f_m(\bar{\theta}_\sigma;\phi), \quad m_s = f_m(\theta_s;\phi), \\ &\bar{m}_b = f_m(\bar{\theta}_\sigma;\phi_b), \quad m_d = f_m(\theta_\sigma;\phi_d), \\ &f_m(\theta;\phi) = \frac{2\sqrt{6}\sin\phi}{3\{1+a(1-\sin^2 3\theta)\}-\sin\phi\sin 3\theta}, \\ &\sin 3\bar{\theta}_\sigma = -\sqrt{6}\frac{\mathrm{tr}\bar{\boldsymbol{\eta}}^3}{\|\bar{\boldsymbol{\eta}}\|^3}, \quad \sin 3\theta_s = -\sqrt{6}\frac{\mathrm{tr}\boldsymbol{\eta}_s^3}{\|\boldsymbol{\eta}_s\|^3}, \\ &\sin 3\theta_\sigma = -\sqrt{6}\frac{\mathrm{tr}\boldsymbol{\sigma}^{*3}}{\|\boldsymbol{\sigma}^*\|^3}, \end{aligned} \tag{11}$$

式 (11) は，回転硬化，相似中心の移動を考慮しないとき，軸対称伸張・圧縮状態において，$\|\boldsymbol{\sigma}^*\|/p$ がモール・クーロンの破壊則に一致するが，曲面の凸形状とするためには，パラメータ a と 摩擦角 ϕ に関する制約条件を満足する必要がある．そこで本研究では，式 (11) に代えて，無条件で降伏面の凸性を保証する材料関数として，文献 [5] で最も簡易な関数として提案している次の関数を適用する．

$$\begin{aligned} &\bar{m} = \zeta(\bar{\theta}_\sigma;\phi), \quad m_s = \zeta(\theta_s;\phi), \\ &\bar{m}_b = \zeta(\bar{\theta}_\sigma;\phi_b), \quad m_d = \zeta(\theta_\sigma;\phi_d), \end{aligned} \tag{12}$$

$$\zeta(\theta;\phi) = \frac{14\sqrt{6}\sin\phi}{(3-\sin\phi)(8-\sin 3\theta)}, \tag{13}$$

ここで，$\sin 3\bar{\theta}_\sigma$, $\sin 3\theta_s$, $\sin 3\theta_\sigma$ は式 (4) で与える．

4. 解析結果

石川らによる大型繰り返し三軸試験 [6] の弾塑性解析を試みる．拘束圧を -19.6(kPa) で一定とし，等方応力状態を基準として応力比が 5 となるまで圧縮応力を作用させ，等方応力状態まで除荷する過程を 3000 回繰り返した．なお，各種制御変数の初期値は，$\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{0}$, $\boldsymbol{s} = -0.5\boldsymbol{I}$(kPa), $H = 0$ とした．

ここで，軸ひずみと軸差応力との関係を**図 1** に，軸ひずみと体積ひずみとの関係を**図 2** に，繰り返し回数と残留軸ひずみとの関係を**図 3** に示す．**図 1** では，解析結果はひずみの蓄積傾向を表しているものの，塑性ひずみの発現傾向やひずみの進展に差異が見られる．一方で，一回の載荷での収縮・膨張の発現（**図 2**）については良好に再現されている．材料の硬化を十分に再現するには至っていないが，残留ひずみの蓄積傾向も概ね再現できている（**図 3**）．

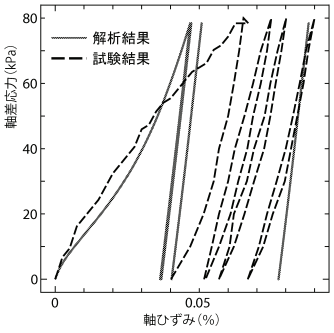

図 1 軸ひずみと軸差応力 左から 1,10,100,3000 回目

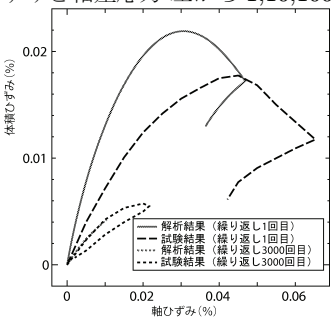

図 2 軸ひずみと体積ひずみ

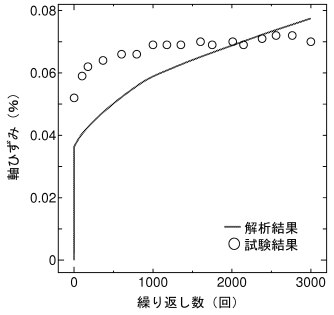

図 3 繰り返し回数と残留軸ひずみ

5. おわりに

本研究では，橋口らが提案した回転硬化を考慮した下負荷面モデルを用いて，道床部バラスト材の繰り返し変形挙動の弾塑性解析を試みた．今後は実物大軌道試験に合わせた解析を行い，下負荷面モデルの適用の有効性を検討していく．

参考文献

1) 石川達也，大西有三，堀池高広：不連続変形法 (DDA) による道床バラスト部繰返し塑性変形機構の検討．土木学会論文集，No.645 / III-50, pp.15–28, 2000.
2) 橋口公一，上野正実，陳　忠平：下負荷面および回転硬化の概念に基づく土の弾塑性構成式，土木学会論文集，No.547, III-36, pp.127–144, 1996.
3) 石川達也，名村　明：実物大試験による道床バラスト部繰返し変形特性の検討，土木学会論文集，No.512, IV-27, pp.47–59, 1995.
4) 紅露一寛，福津佑太，阿部和久：バラスト道床の弾塑性連続体モデル化に基づいた 3 次元繰り返し変形解析．第 15 回鉄道技術・政策連合シンポジウム (J-RAIL2008) 講演論文集，pp.411–414, 2008.
5) Hashiguchi, K.: A proposal fo the simplest convex-conical surface for soils. *Soils & Foundations*, Vol.42, No.3, pp.107–113, 2002.
6) 石川達也，須長　誠，董　軍，名村　明：大型繰返し三軸試験による道床バラストの変形特性の検討．土木学会論文集，No.575，III–40，pp.169–178，1997.