

不飽和土の有効応力の物理的解釈

鹿児島大学大学院理工学研究科 正会員 ○北村 良介

鹿児島県企画課世界文化遺産登録推進室 正会員 宮本 裕二

立命館グローバル・イノベーション研究機構 正会員 酒匂 一成

株式会社ダイヤコンサルタント 正会員 荒木 功平

1. まえがき

Terzaghi¹⁾は飽和土に対する有効応力式を提案し、有効応力を用いることによって、飽和土を材料力学の一分野として取り扱えることを明らかにし、飽和土質力学の体系化に貢献した。Bishop²⁾は不飽和土に対する有効応力式を提案したが、未だ万人が認める不飽和土の有効応力式とはなっていない。一方、北村³⁾は土粒子レベルでの力学的・確率論的考察に基づいた数値力学モデル(北村モデル)を提案し、不飽和土質力学の体系化を目指している。北村ら⁴⁾、宮本ら⁵⁾は、北村モデルの一つであるKITA-SAKOモデルからBishopの有効応力式に含まれるパラメータ χ を導き、考察を加えている。

本稿では飽和土と不飽和土の有効応力式を土粒子レベルで解釈し、さらには北村モデルとの関連について考察を加えている。

2. 有効応力の土粒子レベルでの解釈

2.1 飽和土の有効応力

Terzaghi が提案した飽和土の有効応力式は次式のように表される。

$$\sigma = \sigma' + u_w \quad (1)$$

ここに、 σ' : 有効応力, σ : 全応力, u_w : 間隙水圧。

図-1 は飽和土の有効応力式の物理的な意味を説明するために使われる土粒子レベルでの土塊の模式図である⁶⁾。図-1 のa-a'断面での力の釣合いを考えると、次式のようになる。

$$\sigma \cdot S = \sum_{i=1}^n F_{ext,i} + u \left(S - \sum_{i=1}^n a_i \right) \quad (2)$$

$$\sigma = \left(\left(\sum_{i=1}^n F_{ext,i} / S \right) + u \left(1 - \sum_{i=1}^n a_i / S \right) \right)$$

ここに、 σ : 土塊に作用する圧力, $F_{ext,i}$: 土粒子接点 i で発生している粒子間力, S : a-a'断面の面積, a_i : 土粒子接点 i での接触面積。

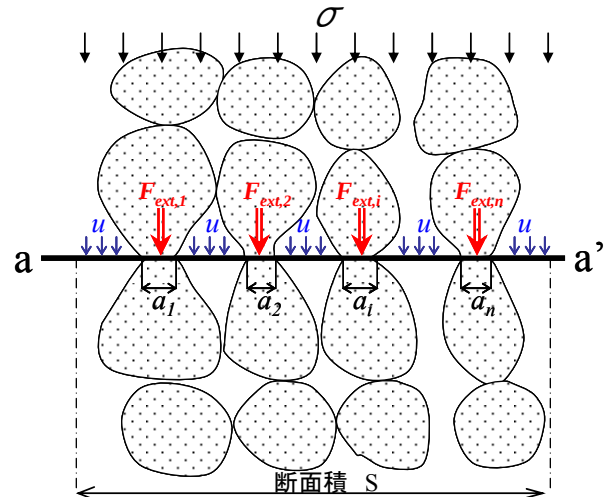


図-1 有効応力と間隙水圧の説明

土粒子接点での接触面積は微小であるので、 $\sum a_i / S = 0$ とすると次式が導かれる。

$$\sigma = \left(\sum_{i=1}^n F_{ext,i} / S \right) + u_w \quad (3)$$

式(3)において、土塊に作用する圧力を全応力とみなし、土粒子接点で発生している粒子間力の総和を断面で除した $\sum F_{ext,i} / S$ を有効応力とすると式(1)となる。すなわち、飽和土の有効応力はある断面(ここでは、図-1 に示されたa-a'断面)での単位面積当たりの平均的な粒子間力となっている。

2.2 不飽和土の有効応力

不飽和土の有効応力式として、次式で示されるBishopの有効応力式を取りあげる。

$$\sigma' = (\sigma - u_a) + \chi(u_a - u_w) \quad (4)$$

ここに、 σ' : 有効応力, σ : 全応力, u_a : 間隙空気圧, u_w : 間隙水圧, χ : 飽和度に依存するパラメータ。

図-2 は、不飽和土の図-1 と同じ状態を示した模式図である。図-1 ではa-a'断面には間隙水圧のみが作用していたが、図-2 ではa-a'断面に大きさの異なる間隙空気圧と間隙水圧が作用している。図-2 のa-a'断面での力の釣合いを考えると、次式のようになる。

不飽和土, 有効応力

連絡先 〒890-0065 鹿児島市郡元 1-21-40 鹿児島大学大学院理工学研究科 TEL099-285-8473

$$\sigma \cdot S = \sum_{i=1}^n (F_i + F_{ext,i}) + u_a \cdot S_a + u_w \cdot S_w \quad (5)$$

ここに、 σ ：土塊に作用する圧力、 $F_{ext,i}$ ：土塊に作用する圧力 σ によって土粒子接点 i で発生している粒子間力、 F_i ：土粒子接点 i で形成されたメニスカスによって発生している粒子間力、 S ：a-a'断面の面積、 S_a ：a-a'断面で間隙空気圧が作用している面積、 S_w ：a-a'断面で間隙水圧が作用している面積、 a_i ：土粒子接点での接触面積。

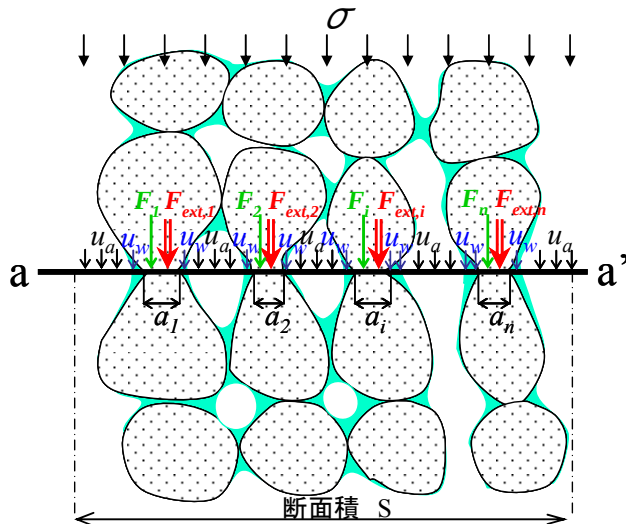


図-2 不飽和土における有効応力の説明

a-a'断面で間隙水圧の作用している面積の全断面面積の比(S_w/S)を χ とし、飽和土と同様に、 $\sum a_i/S=0$ とすると次式が導かれる。

$$\sigma \cdot S = \sum_{i=1}^n (F_i + F_{ext,i}) + u_a \cdot (1 - \chi) \cdot S + u_w \cdot \chi \cdot S$$

両辺を S で割ると、

$$\sigma = \sum_{i=1}^n (F_i + F_{ext,i}) / S + u_a \cdot (1 - \chi) + u_w \cdot \chi$$

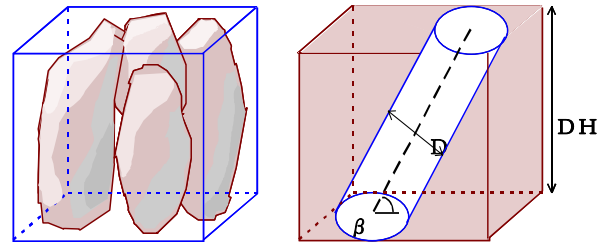
$$\sum_{i=1}^n (F_i + F_{ext,i}) / S = (\sigma - u_a) + \chi(u_a - u_w) \quad (6)$$

式(6)において、土塊に作用する圧力を全応力とみなし、土粒子接点で発生している粒子間力の総和を断面面積で除した $\sum (F_i + F_{ext,i})/S$ を有効応力とすると式(4)となる。すなわち、不飽和土の有効応力はある断面（ここでは、図-2に示されたa-a'断面）での外作用とメニスカスによって生じた単位面積当たりの平均的な粒子間力となっている。 $\chi = Sr$ （飽和度）とすることは、面積比($\chi = S_w/S$)が体積比($Sr = V_w/V_v$)に等しいと暗に仮定していることを意味している。

KITA-SAKOモデルでは図-3に示された円管の直径で図-2の間隙空気圧と間隙水圧の占める面積を考慮することによって次式を導いてきている⁴⁾。

$$\chi = \frac{S_w}{S} = \frac{\int_0^d \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \pi D \cdot \frac{DH}{\sin \beta} \cdot P_d(D) \cdot P_c(\beta) d\beta dD}{\int_0^\infty \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \pi D \cdot \frac{DH}{\sin \beta} \cdot P_d(D) \cdot P_c(\beta) d\beta dD} \quad (7)$$

ここに、 DH ：素体積高さ、 $P_d(D)$ ：管径 D の確率密度関数、 $P_c(\beta)$ ：円管の傾き β の確率密度関数、 d ：間隙水を保持する円管の最大管径。



(a) 土塊の微小要素 (b) モデル化された一要素

図-3 KITA-SAKOモデルの模式図

式(7)を用いれば、Bishopのパラメータ χ と飽和度の非線形関係を定量的に評価することが可能となる⁷⁾。

3. おわりに

本稿では、不飽和土の有効応力式としてBishopの有効応力式を取り上げ、不飽和土の有効応力の物理的な解釈を試みた。また、KITA-SAKOモデルを用いるとBishopのパラメータ χ が容易に導けることを付け加えた。

謝辞：本研究に対して科研費（基盤（A））の援助をいただいた。ここに謝意を表します。

参考文献

- 1) Terzaghi, K.: The shear stress resistance of saturated soils, Proc. ICSMFE, Vol.1, pp.54-56, 1936.
- 2) Bishop, A. W.: The principle of effective stress, Lecture delivered in Oslo, in 1955, published in Teknisk Ukeblad, Vol.106, No.39, pp.859-863, 1959.
- 3) 北村良介, 酒匂一成, 荒木功平, 宮本裕二：不飽和土の力学挙動のモデル化, 第44回地盤工学研究発表会, 2009（投稿中）。
- 4) 北村良介, 宮本裕二, 阿部廣史：間隙モデルによる有効応力パラメータ χ の算定法, 第32回地盤工学研究発表会, pp.1937-1938, 1997.
- 5) 宮本裕二, 荒木功平, 酒匂一成, 阿部廣史, 北村良介：不飽和土の粒子間力とサクシオンと有効応力の関係, 応用力学論文集, Vol.10, pp.497-504, 2007.
- 6) 石原研而：土質力学, 丸善, pp.107-109, 2001.
- 7) 佐藤佑磨, 宮本裕二, 北村良介, 荒木功平：ビショップの有効応力パラメータ χ に関する一考察, 平成20年度土木学会西部支部研究発表会, pp.395-396, 2009.