井戸理論解との比較によるＦＥＭ解析モデルのメッシュ分割影響に関する検討

清水建設（株）技術研究所　正会員　○白石　知成、佐藤　春香

１．はじめに

ＦＥＭによる地下水流動解析を実施する際には、メッシュ分割の妥当性について解析技術者は悩むことが多い。

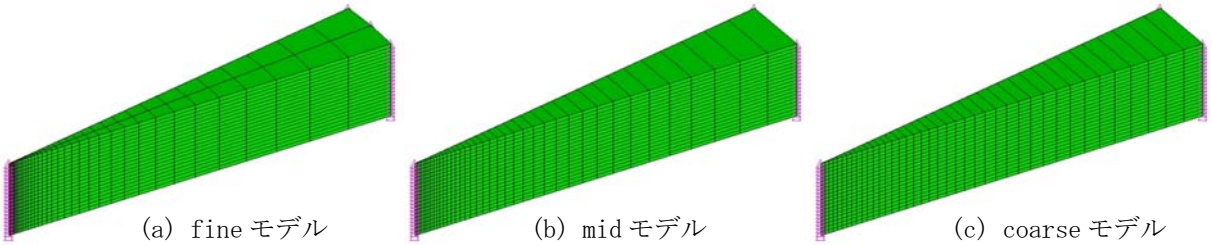
本検討では、被圧帯水層を対象とした定常井戸理論解とＦＥＭ解析結果の比較により、解析結果として得られる流量、水頭値に及ぼすメッシュ分割影響について検討するとともに、得られた知見から地下水流動解析におけるＦＥＭメッシュ分割の注意点について考察した結果について報告する。

２．解析モデル

被圧井戸理論を用いたＦＥＭメッシュ影響を比較検討する解析モデルとして、図１に示すような３種類の解析モデルを作成した。半径 0.05m の井戸を考慮し、その影響圏半径 50m のモデルであり、井戸周辺の要素を細かく設定した fine モデル、粗めに設定した coarse モデル、中間的な mid モデルの３つである。表１に示すように、全モデルにおいて井戸壁面から影響圏までを 40 の要素に分割し、fine モデルの最小要素長は、井戸半径に近い値になるように設定した。mid モデルの最小要素長は、井戸半径の約４倍、同じく coarse モデルの最小要素長は約 10 倍である。

３つのモデルの自由度（節点数）は同じであり、メッシュ分割影響のみを比較することができる。

一般的には、fine モデルのように井戸周辺の動水勾配が大きくなる領域はメッシュを細かくし、影響圏に近い領域ではメッシュを粗くする方法が適切であるとされている。図２に解析モデルの寸法、境界条件を示す。

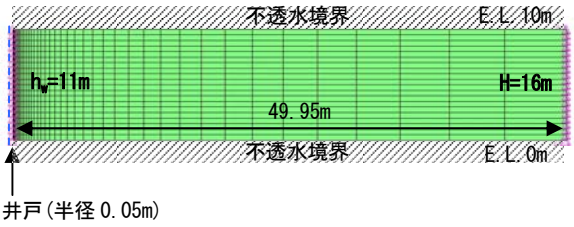


(a) fine モデル　(b) mid モデル　(c) coarse モデル

図１　被圧井戸理論解との比較に用いた解析モデル

表１ 解析モデル詳細

解析モデル	影響圏半径50m（井戸半径0.05m）		
	要素分割数	最小要素長 (m)	最大要素長 (m)
fineモデル	40	0.056	5.613
midモデル		0.194	3.873
coarseモデル		0.500	2.499



※岩盤の透水係数：1.0E-5(m/s)

図２　解析モデル寸法、境界条件

３．解析結果

まず、定常被圧井戸理論に基づく井戸流入量と解析結果から得られた井戸流入量とを比較した結果を表２に示す。

解析モデルから得られた井戸流入量は、fine モデル＜mid モデル＜coarse モデルの順に多くなることがわかる。理論解に最も近い解析結果は fine モデルの場合であり、流量の誤差は 1%未満であったが、coarse モデルの場合では約 13%の誤差があることがわかる。

表２ 井戸流入量の理論解と解析結果の比較

解析モデル	井戸流入量(m^3/s)		解析結果/理論解
	理論解	解析結果	
fineモデル	4.553E-04	4.590E-04	1.008
midモデル		4.766E-04	1.047
coarseモデル		5.130E-04	1.127

キーワード　地下水流動解析、メッシュ分割、解析精度、井戸理論、定常評価
連絡先　〒135-8530 東京都江東区越中島 3-4-17 清水建設（株）技術研究所 TEL(03)3820-8428

図 3 に、井戸理論解および解析結果から得られた全水頭分布の比較図を示す。表 3 は、理論解と解析結果の水頭値の偏差を計算した結果である。これらより、メッシュの違いにより流量の精度と同様の傾向が認められることがわかる。

これら結果から、同じメッシュ数のモデル化の場合、従来から言われるように、動水勾配の大きい領域のメッシュを細かく、動水勾配が小さい領域のメッシュを粗くすることで、理論解と比較しても十分な解析結果が得られると言える。

一方、このような理論解が明確な問題に対して、解析コードが同じであってもメッシュ分割の影響により解析結果が異なることから、理論解を解析コードの検証等に用いる場合にはメッシュ分割に注意する必要がある。

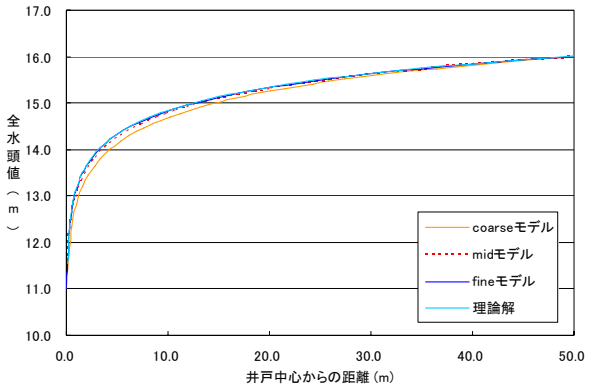


図 3　全水頭分布の比較

表 3 井戸理論による地下水面との偏差

解析モデル	理論解と解析結果の偏差 (m)	偏差
fineモデル	0.017	$\varepsilon = \dfrac{\sum(\text{解析値} - \text{理論解})^2}{\text{メッシュ数}\,(40)}$
midモデル	0.075	
coarseモデル	0.161	

４．メッシュ分割影響に関する考察

次に、定常被圧井戸理論解の再現性の観点から、メッシュ分割と解析精度について検討を行った。

図 4 に理論解の水頭分布による動水勾配と解析結果による動水勾配との比率について比較した結果を示す。

これより、メッシュ分割の違いにより動水勾配の再現性が異なっており、井戸中心から離れるにつれて一定となる。この一定値は井戸への流入流量比率とほぼ同じである。この要因は、井戸近傍の動水勾配の再現性に依存していると考えられ、井戸の極近傍のメッシュ分割の影響が大きいことを示している。また、井戸から数 m 離れた地点から遠方に関しては、メッシュの大きさによる解析精度への影響はほとんどない、と言うこともできる。

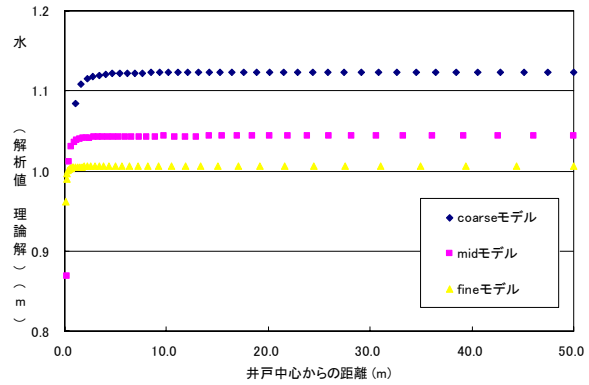


図 4　動水勾配比率の比較

図 5 に解析結果の動水勾配分布の比較結果を示す。fine モデルでは井戸近傍において動水勾配が 9.0 以上となっているが、他のモデルでは小さい動水勾配となっている。

また、図 4 と比較すると、井戸近傍における動水勾配が 1.0 を越える部分が井戸近傍の重要な領域であると考えられ、これらの領域での動水勾配をメッシュ分割で再現することができればより理論解を再現できるはずである。そこで、井戸周辺について fine モデルよりも細かく、影響圏付近を粗くしたメッシュを作成して解析を実施したところ、流量および水頭値についての理論解との誤差が小さくなることを確認した。

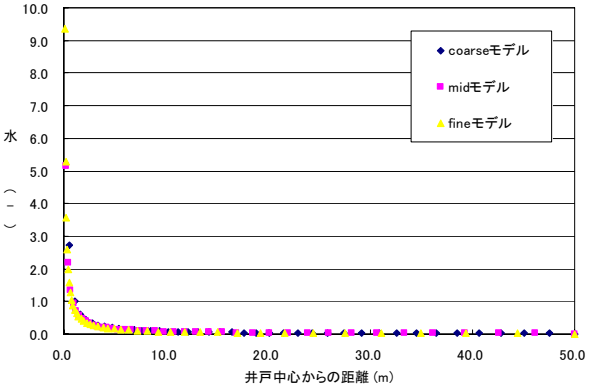


図 5　解析結果動水勾配分布の比較

５．まとめ

本検討内容、結果およびメッシュ分割に関する知見について以下にまとめる。

① 被圧井戸理論解とＦＥＭ解析との比較を行い、ＦＥＭメッシュ分割の違いの影響について感度解析を実施した。

② 井戸解析のように、井戸周辺の動水勾配が 1.0 よりも大きくなる領域での動水勾配の再現性が、解析結果の精度に影響を及ぼすと考えられ、メッシュ分割を細かくすることで流量、水頭の精度向上に繋がることがわかった。

③ ②について言い換えると、地下水流動解析においては、動水勾配が 1.0 よりも小さい条件であれば、メッシュ分割の影響は小さいと考えられ、極端なモデル化を行わない限り妥当な解析が実施できると考えられる。