# 固液混相流シミュレーションによる坑井近傍における砂粒子の挙動

京都大学大学院　学生会員　○大槻　敏
京都大学大学院　正会員　　松岡　俊文

## 1. はじめに

出砂とは，貯留層を構成する砂粒子が石油などの流体に伴って移動し，坑井内に流出する現象である（Fig.1）．この現象は，貯留層が砂粒子の結合が弱い未固結砂岩層の場合あるいは過大なドローダウンの下で石油が生産される場合に発生することが多い．また出砂は，チュービング・パイプを閉塞し生産量の低下を引き起こしたり，地上設備に大きな損傷を与えたりすることがある．したがって，砂の産出量と出砂に影響を与える要因であると考えられるドローダウン，粒度分布などの関係を把握することが重要となる．本研究では，格子ボルツマン法（LBM; lattice-Boltzmann method）と個別要素法（DEM; discrete element method）を用いた固液二相連成解析 [1]の出砂現象への適用を目的とし，坑井周辺における流体および砂粒子の挙動を計算した結果について報告する．

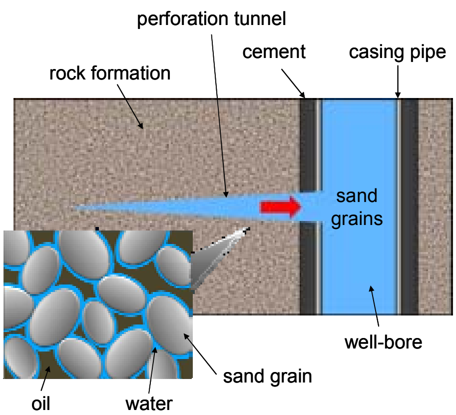


Fig.1　出砂の概念図

## 2. 数値解析手法

### 2.1 格子ボルツマン法

格子ボルツマン法は，仮想流体粒子の分布関数を計算し，その計算結果から換算される巨視的物理量が目的とする巨視的方程式（Navier-Stokes 方程式）に従うことを利用して，物理現象のシミュレーションを行う手法である．本研究では，密度 $\rho$，動粘性係数 $\nu$ の 2 次元非圧縮性流体流れを $x$, $y$ 方向それぞれ幅 $h$ の規則的な格子で離散化された計算領域内で計算する．また，単一緩和時間係数 $\tau$ で分布関数が局所平衡に緩和する

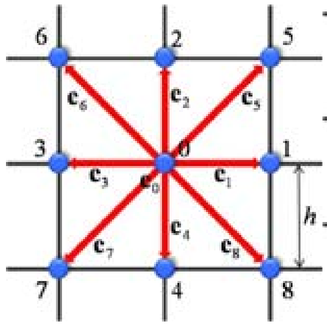


Fig.2　2次元9速度モデル

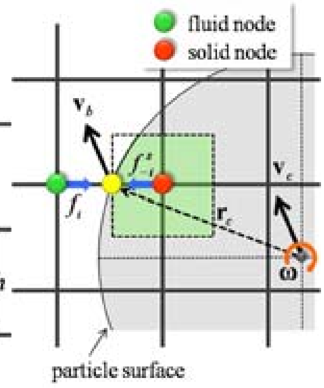


Fig.3　移動境界条件

BGK 衝突項および 2 次元 9 速度モデル（Fig.2）を用いている．この離散化では，格子点上の流体は隣接した 8 格子点へ異なる速度 $\mathbf{e}_i\,(i=1,\ldots,8)$ で移動する，あるいは速度ゼロ $\mathbf{e}_0$ で留まる．各タイムステップにおける密度分布関数の発展方程式は，次のように定式化される．

$$f_i(\mathbf{x}+\mathbf{e}_i\Delta t, t+\Delta t) = f_i(\mathbf{x},t) - \frac{1}{\tau}\left[f_i(\mathbf{x},t) - f_i^{eq}(\mathbf{x},t)\right] \quad (1)$$

$$f_0^{eq} = w_0\rho\left(1-\frac{3}{2C^2}\mathbf{v}\cdot\mathbf{v}\right) \quad (2a)$$

$$f_i^{eq} = w_i\rho\left(1+\frac{3}{C^2}\mathbf{e}_i\cdot\mathbf{v}+\frac{9}{2C^4}(\mathbf{e}_i\cdot\mathbf{v})^2-\frac{3}{2C^2}\mathbf{v}\cdot\mathbf{v}\right),\ (i=1,\ldots,8) \quad (2b)$$

$$w_0 = \frac{4}{9},\ w_{1,2,3,4} = \frac{1}{9},\ w_{5,6,7,8} = \frac{1}{36} \quad (3)$$

$$C = \frac{h}{\Delta t} \quad (4)$$

ここで，$f_i$：密度分布関数，$\mathbf{x}$：位置ベクトル，$\Delta t$：離散化時間，$\tau$：単一緩和時間係数，$f_i^{eq}$：平衡密度分布関数，$w_i$：重み関数，$C$：格子間速度である．

巨視的な流体変数である密度 $\rho$ および流速 $\mathbf{v}$ は，次のように表わされる．

$$\rho = \sum_{i=0}^{8} f_i,\ \rho\mathbf{v} = \sum_{i=0}^{8} f_i\mathbf{e}_i \quad (5)$$

また，流体の動粘性係数 $\nu$ は，以下のように表わすことができる．

$$\nu = \frac{1}{3}\left(\tau-\frac{1}{2}\right)\frac{h^2}{\Delta t} \quad (6)$$

キーワード　固液混相流，格子ボルツマン法，個別要素法，連成解析，出砂
連絡先　〒615-8540　京都市西京区京都大学桂 C1-1-118　京都大学大学院工学研究科　ＴＥＬ　075-383-3206

### 2.2 移動境界条件

本研究では, Noble と Torczynski によって提案された手法[2)]を用いている．この手法では，格子ボルツマン法の発展方程式の衝突項がセル内の固体粒子占有面積率を用いて修正されている（Fig.3）．従って，固体粒子上の格子点に対する式（1）は，以下のようになる．

$$f_i(\mathbf{x}+\mathbf{e}_i\Delta t, t+\Delta t) = f_i(\mathbf{x},t) - \frac{1}{\tau}(1-\beta)\left[f_i(\mathbf{x},t) - f_i^{eq}(\mathbf{x},t)\right] + \beta f_i^m \quad (7)$$

ここで，$\beta$：重み関数，$\gamma$：各セルに対する固体粒子占有面積率である．

$$\beta = \frac{\gamma(\tau-0.5)}{(1-\gamma)+(\tau-0.5)} \quad (8)$$

また，$f_i^m$ は密度分布関数の非平衡成分の滑りなし条件を考慮した衝突項であり，次のように与えられる．

$$f_i^m = f_{-i}(\mathbf{x},t) - f_i(\mathbf{x},t) + f_i^{eq}(\rho,\mathbf{v}_b) - f_{-i}^{eq}(\rho,\mathbf{v}) \quad (9)$$

ここで，$-i$：$i$ の逆向き，$\mathbf{v}_b$：境界速度を示す．

さらに固体粒子に作用する流体力とトルクは，次のように計算することができる．

$$\mathbf{F}_{fluid} = \frac{h^2}{\Delta t}\left[\sum_n \left(\beta_n \sum_i f_i^m \mathbf{e}_i\right)\right] \quad (10)$$

$$\mathbf{T}_{fluid} = \frac{h^2}{\Delta t}\left[\sum_n (\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_c) \times \sum_n \left(\beta_n \sum_i f_i^m \mathbf{e}_i\right)\right] \quad (11)$$

ここで，$n$：固体粒子上の格子点の数である．

### 2.3 個別要素法

個別要素法は，解析対象が相互作用し合う剛体粒子の集合体としてモデル化される．接触している粒子間における法線方向および接線方向の力には，バネ-ダッシュポット系が適用され，また粒子間の滑りは接線方向に配置されたクーロンの摩擦則に従うスライダーにより考慮される．各タイムステップにおいて，接触している粒子が検索され, 接触力が計算される. そして, 各粒子の位置情報は，運動方程式の積分によって更新される．流体中の固体粒子に対する運動方程式は，次のように定式化される．

$$m\mathbf{a} + c\mathbf{v} = \mathbf{F}_{solid} + \mathbf{F}_{fluid} \quad (12)$$

$$I\ddot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{T}_{solid} + \mathbf{T}_{fluid} \quad (13)$$

ここで，$m$：粒子質量，$\mathbf{a}$：粒子加速度，$\mathbf{v}$：粒子速度，$c$：減衰係数，$I$：慣性モーメント，$\ddot{\boldsymbol{\theta}}$：角加速度である．

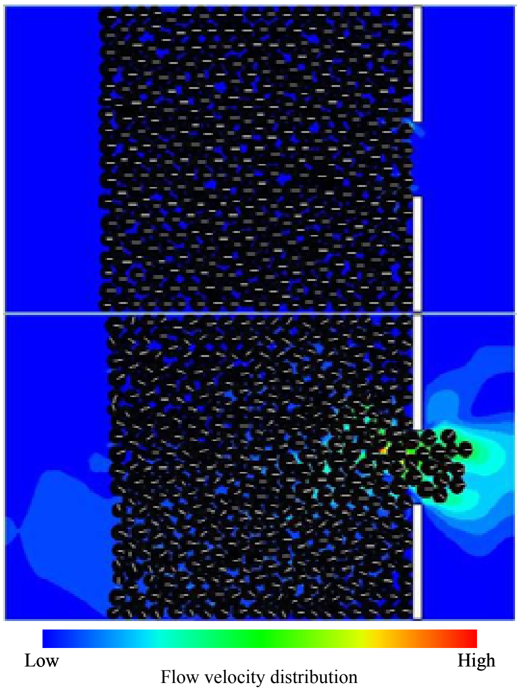


Fig.4　砂粒子の坑井内への流出挙動
モデル初期状態（上），計算結果（下）

### 3. 砂粒子の坑井内への流出挙動

Fig.4 は，出砂モデルの初期状態および計算結果を示したものである．モデル左側は貯留層，モデル右側は坑井を表している．各 DEM 粒子は，未固結砂岩層を構成する砂粒子の集合体を模擬しており，高密度充填状態にある．また計算領域の左端と右端は，それぞれ流入部と流出部とし，圧力差（ドローダウン）が与えられている．コンター図は，貯留層から坑井内部へ流れる流体の速度分布を示している．計算結果からは，流体運動および時間経過に伴う流体パスの変化を見ることができる．また，砂粒子の貯留層から坑井内部への流出挙動を観察することができる．

### 4. まとめ

本研究は，格子ボルツマン法と個別要素法を連成させた数値計算手法の地盤工学分野における粒子輸送問題への適用を試みたものである．また，シンプルなモデルを用いて，坑井周辺における砂粒子の挙動をシミュレートすることができた．今後の課題としては，理論値との比較による本手法の計算精度の検討が必要である．また出砂現象については, パーフォレーション・トンネル近傍のモデル化や高密度充填状態における流体パス確保の検討後，出砂に影響を与える要因について考察する予定である．

### 参考文献

1) Cook, B., Noble, D., Preece, D., Williams, J., 2000. Direct simulation of particle-laden fluids, Pacific Rocks 2000, pp.279-86.
2) Noble, D., and Torczynski, J., 1998. A lattice Boltzmann method for partially saturated computational cells, *International Journal of Modern Physics C*, **9**, pp.1189-1201.