非線形集中型モデルと降雨の逆推定による流出予測手法の開発

京都大学大学院工学研究科 正員 ○ 椎葉充晴
京都大学大学院工学研究科 学生員 永田卓也
京都大学大学院工学研究科 正員 立川康人
山梨大学医学工学総合研究部 正員 市川 温

1 はじめに

正確な流出モデルが与えられ、実際に降った雨が誤差なく観測できれば、流出予測問題は降雨予測問題に帰着する。しかし、実際には、降雨を誤差なく観測することはできないし、流出モデルにも誤差があるし、将来の降雨の予測にも誤差が含まれている。これらの誤差が複合して、流出予測の誤差が生じてくる。

本研究では、流出モデルを状態空間型に限定しないで、降雨から流出量へ変換する一般的な型の集中型モデルが与えられていると想定し、流出量の観測が過去の降雨量系列を観測していることになっていると考えて、降雨量系列を推定する方法によって、流出予測の誤差を減少させる方法を提案する。

線形の流出モデルを対象にして、降雨を逆推定する手法を考えている日野ら[1]の方法とは異なり、ここで提案する方法では、非線形の集中化モデルを時々刻々線形化して、降雨入力を逆推定している。

2 問題の定式化

2.1 流出モデルの仕様 つぎのような仕様の集中型流出モデル M が与えられているとする。

(1) 計算開始時刻 t_0 が与えられる。(2) 計算開始時刻 t_0 での初期条件は、有限個数のスカラー $S = (S_1, S_2, \ldots, S_{N_S})^T$ で指定される。(3) モデル M への入力である降雨量は、一定の時間間隔 Δt ごとの値として与えられる。時刻 $t_0 + (i-1)\Delta t$ から $t_0 + i\Delta t$ までの間の降雨量を R_i と表す。(4) 流出計算の結果も降雨量系列と同じ時間間隔 Δt で得られる。現在時刻 t は、初期時刻 t_0 から、Δt の整数倍の時間経過した時刻だとし、K_t を $K_t = (t - t_0)/\Delta t$ と定義する。流出モデル M は、時刻 t の流出量 $q(t)$ を、時刻 t_0 での初期条件 $S_1, S_2, \ldots, S_{N_S}$ と、時刻 t_0 以降、時刻 t までの降雨量系列 $R_1, R_2, \ldots, R_{K_t}$ から算出する。この関係を、$q(t) = M(S_1, S_2, \ldots, S_{N_S}, R_1, R_2, \ldots, R_{K_t})$ と表す。(5) 実際には、流出モデルが未知パラメタを含んでいることも考えられるが、ここでは流出モデルのパラメタは全て既知であると仮定し、パラメタを推定する必要はないとする。

2.2 入力ベクトル 時刻 $t-i\Delta t$ から時刻 $t-(i-1)\Delta t$ の間の降雨量を $R(i,t)$ と表すことにする。現在時刻 t までの時間間隔 Δt の間の降雨量が $R(1,t)$ であり、$R(2,t)$ は、その前の Δt の間の降雨量であり、$R(K_t,t)$ は、時刻 t_0 から時刻 $t_0 + \Delta t$ の間の降雨量である。

時刻 $t_0 + (i-1)\Delta t$ から $t_0 + i\Delta t$ までの間の降雨量を R_i と表すことにしたから、$R(i,t) = R_{K_t - i+1}$, $R_i = R(K_t - i + 1, t)$ である。この関係を使うと $q(t) = M\Big(S_1, S_2, \ldots, S_{N_S}, R(K_t,t), R(K_t-1,t)\ldots, R(1,t)\Big)$ と表される。ここで、降雨量系列 $R(1,t)$, $R(2,t)$, …, $R(K_t,t)$ と初期条件 S_1, S_2, …, S_{N_S} をまとめた列ベクトルを $I(t)$ と表すことにする。そうすると先の $q(t)$ を表す式は、$q(t) = F\Big(I(t)\Big)$ の形と見なせる。以後、$I(t)$ を入力ベクトルと呼ぶ。時刻が経過して、t が増加すると、入力ベクトル $I(t)$ の次元が大きくなっていくことに注意する。また、入力ベクトルの第1成分は、最も最近の降雨量であり、第2成分、第3成分と進むごとに過去の降雨量を表すようになっている。$I(t)$ の最後の N_s 個の成分は、初期条件を表している。

2.3 初期条件の推定、降雨量と流出量の観測 初期条件 $S = (S_1, S_2, \ldots, S_{N_S})^T$ の値は未知ではあるが、その推定値 $\bar{S} = (\bar{S}_1, \bar{S}_2, \ldots, \bar{S}_{N_s})^T$ と推定誤差の共分散行列 $P_S = E\Big\{(S-\bar{S})(S-\bar{S})^T\Big\}$ は与えられているとする。また、降雨量 $R(1,t)$ の値の観測値が、時刻 t に得られるとし、その観測値を $\bar{R}(1,t)$、降雨量の観測値の誤差分散を ${\sigma_{R(1,t)}}^2$ と表す。さらに、$y(t) = q(t) + w_t$ で表されるような観測値 $y(t)$ が時刻 t に得られるとする。ただし、w_t は、流出量の観測値の誤差であり、その平均値は0、分散は ${\sigma_{w_t}}^2$ で与えられるとする。

2.4 未知入力ベクトル概念の導入 観測式の $q(t)$ のところに $F(I(t))$ を代入すれば、$y(t) = F\Big(I(t)\Big) + w_t$ となるから、流出量を観測しているということは、間接的に、入力ベクトル $I(t)$ を観測したものともみなすこ

キーワード：流出予測, 降雨, 逆推定, 統計的線形化
連絡先：〒615-8540 京都市西京区京都大学桂 C クラスター C1 棟, 電話：075-383-3361, FAX：075-383-3360

とができる。結局、降雨量の観測値 $\bar{R}(1,t)$、流出量の観測値 $q(t)$ は、いずれも入力ベクトル $I(t)$ を観測していて、$I(t)$ に関する情報を与えているものと考えることができる。

そこで、降雨量の観測値 $\bar{R}(1,t)$、流出量の観測値 $y(t)$ を入手して、これらの観測値を利用して $I(t)$ の値を逆推定していき、将来降雨の予測と併せて、将来の流出量を推定を行っていく方法を考える。その場合、時間が経過するにつれて、入力ベクトル $I(t)$ の次元が大きくなっていくという問題に対応しておく必要がある。推定すべきベクトル量があるとき、そのベクトル量の次元が大きくなると、計算時間が増大するなど様々な困難が発生するからである。しかし、一般に、流出量は初期条件及び過去の降雨量系列によってその値が決定されるが、初期条件や過去の降雨量が現在の流出量に及ぼす影響は、現在時刻に近い時刻の降雨量が現在の流出量に及ぼす影響に比べて小さい。したがって、入力ベクトル $I(t)$ の次元は大きくなっていくが、真値が分からないとして推定の対象とするべきなのは、入力ベクトル $I(t)$ の最初の方の成分、すなわち現在時刻に近い時刻の降雨量で、現在の流出量にあまり影響を及ぼさなくなった成分は、その推定値を確定値としてしまって、推定の対象から除外することにする。

現在時刻を t として、入力ベクトル $I(t)$ のうち、最初の $J(t)$ 個の成分を現在および将来の流出量に影響を与える可能性がある変量として推定の対象にすることにし、残りの $K_t - J(t) + N_S$ 個の成分は、それまでに得た推定値を確定値として与えることにする。初期時刻では、初期条件が全て未知だとして $J(t_0) = N_S$ とする。現在および将来の流出量に影響を与える可能性がある変量として推定の対象にすることにした入力ベクトル $I(t)$ の最初の $J(t)$ 個の成分からなるベクトルを未知入力ベクトルと呼び、$X(t)$ と表すことにする。入力ベクトル $I(t)$ の最初の $J(t)$ 個の成分を除いた残りの $K_t - J(t) + N_S$ 個の成分からなるベクトルを既知入力ベクトルと呼び $C(t)$ と表す。したがって、$I(t) = (X(t)^T, C(t)^T)^T$ である。既知入力ベクトルは、不確定としてあつかうべき変量であるが、その推定値 $\bar{C}(t)$ で置き換えて、$I(t) \doteqdot (X(t)^T, \bar{C}^T)^T$ と近似する。

3 予測アルゴリズム

3.1 計算開始時の設定 計算開始時刻 t_0 では、未知入力ベクトル $X(t_0)$ は、初期条件そのものであり、$X(t_0) = S$ である。したがって、$J(t_0) = N_s$ である。t_0 では、既知入力ベクトル $C(t_0)$ の次元は、$K_{t_0} - J(t_0) + N_S$ を計算すると 0 である。$X(t_0)$ の推定値 $\hat{X}(t_0)$ と推定誤差の共分散行列 $\hat{P}(t_0)$ は、つぎのように表される。$\hat{X}(t_0) = \bar{S}, \hat{P}(t_0) = P_S$

3.2 降雨観測値の入手とその処理 時刻 t に、降雨の観測値を入手したらつぎのような処理を行う。まず、降雨 $R(1,t)$ を状態ベクトルに追加することにより、$X(t) = (R(1,t), X(t-\Delta t)^T)T$ となり、$J(t) = J(t-\Delta t)+1$ になることに注意する。時刻 t に得た降雨の観測値を考慮して、$X(t)$ の推定値と推定誤差の共分散行列を更新する。

3.3 未知入力ベクトルの線形式による流出量の表現 時刻 t までの降雨量の観測値を入手した時点で、時刻 t の流出量 $q(t)$ に影響を及ぼす未知入力ベクトル $X(t)$ の推定値 $\tilde{X}(t)$、推定誤差の共分散行列 $\tilde{P}(t)$ を用いて、流出量 $q(t)$ を

$$q(t) \doteqdot a_0 + \sum_{i=1}^{J(t)} a_i (X_i(t) - \tilde{X}_i(t)) + \epsilon$$

のように統計的に線形化する。

3.4 未知入力ベクトルの次元縮小 $q(t)$ を $X(t)$ の線形式で表現することによって、未知入力ベクトルの各項が流出量 $q(t)$ の分散にどのように寄与するかを見積もることができる。最近の $J(t)'$ 個の成分のみをとった式で $q(t)$ の分散を説明できるならば、$J(t)'$ をあらためて $J(t)$ として、未知入力ベクトルの次元を縮小する。

3.5 流出量観測値の入手とその処理 その後で、流量 $q(t)$ の観測値を入手して、カルマンフィルターのアルゴリズムを適用して、未知入力ベクトルの推定値を求め、推定誤差の共分散行列を更新する。

3.6 流出予測 降雨予測値を得て、未知ベクトルの推定情報と併せて、与えられた流出モデルにより将来の流量を予測する。

4 適用例

実際には、共分散行列を直接扱わず、そのU-D分解行列を更新する方が精度の上でもアルゴリズムとしても有利である。アルゴリズムの適用性を検証するための計算例は講演時に示す。

参考文献

[1] 日野幹雄・金治弘: フィルター分離 AR 法とカルマンフィルターによる洪水予測法に関する研究, 土木学会論文集、第 351 巻,pp.155–162, 1984.