地下水文データの時空間統計学に基づく分布推定法

京都大学防災研究所　正会員　○　浜 口 俊 雄
京都大学防災研究所　正会員　　　小 尻 利 治

1. 序論

気温・降水量など所与の気象観測データあるいは河川流量・水位や地下水位などの水文観測データは水文再現時に入力データまたは再現検証として用いられる．ゆえにそれらの空間分布と時間変化は重要である．従来の入力時は，Voronoi 分割で定めた多角形有効域毎に観測値/代表値が一様であると見なして与える Thiesen 法，または，観測値/代表値の影響度が距離に反比例すると仮定し，距離の逆数から定めた重みを乗じた観測値の和で空間補間的に各格子セル毎の値を算出する距離逆数法を採用していることが多い．しかし前者は概して粗く不連続な階段状の分布となる点，後者は観測値の影響が距離に反比例することの理論的根拠が必ずしもないという点に問題がある．さらに後者は，比較的細かい分布を扱う際に，降水量のようなゼロ領域を部分的に有する空間変量に対しても連続かつ滑らかな空間分布を全域に算出し，望まない不都合な結果を生じてしまうこともある．

筆者らは水文モデルパラメータ分布について，空間分布として同定[1)]あるいはアップスケール時の等価化[2)]に関する手法を各々提案してきた．ただし，これらはパラメータがモデル定数のため，時間に依存しない分布を扱っていた．本研究では，時間変動を伴う空間分布を推定補間対象に考えるため，従来，空間補間を目的としている地球統計学の kriging を時間方向にも拡張し，時空間分布を推定するための新たな kriging を提案する．

$$\phi(\boldsymbol{z},t) = m(\boldsymbol{z},t) + w(\boldsymbol{z},t) \quad (\boldsymbol{z}：空間座標,\ t：時間) \tag{1}$$

$$m(\boldsymbol{z},t) = b_1 + b_2x + b_3y + b_4t \quad (b_i：係数) \tag{2}$$

・位相一次元指数型　：

$$C(\boldsymbol{d}) = \sigma^2 \exp\left\{-\frac{d_r}{a_r}\right\} \tag{3}$$

・位相一次元ガウス型：

$$C(\boldsymbol{d}) = \sigma^2 \exp\left\{-\left(\frac{d_r}{a_r}\right)^2\right\} \tag{4}$$

・位相一次元球状型　：

$$C(\boldsymbol{d}) = \begin{cases} \sigma^2\left\{1 - 1.5\left(\dfrac{d_r}{a_r}\right) + 0.5\left(\dfrac{d_r}{a_r}\right)^3\right\} & (0 \le d_r \le a_r) \\ 0 & (d_r > a_r) \end{cases} \tag{5}$$

・位相二次元指数型　：

$$C(\boldsymbol{d}) = \sigma^2 \exp\left\{-\sqrt{\left(\frac{d_\ell}{a_\ell}\right)^2 + \left(\frac{d_t}{a_t}\right)^2}\right\} \tag{6}$$

・位相二次元ガウス型：

$$C(\boldsymbol{d}) = \sigma^2 \exp\left[-\left\{\left(\frac{d_\ell}{a_\ell}\right)^2 + \left(\frac{d_t}{a_t}\right)^2\right\}\right] \tag{7}$$

・位相三次元指数型　：

$$C(\boldsymbol{d}) = \sigma^2 \exp\left\{-\sqrt{\left(\frac{d_x}{a_x}\right)^2 + \left(\frac{d_y}{a_y}\right)^2 + \left(\frac{d_t}{a_t}\right)^2}\right\} \tag{8}$$

・位相三次元ガウス型：

$$C(\boldsymbol{d}) = \sigma^2 \exp\left[-\left\{\left(\frac{d_x}{a_x}\right)^2 + \left(\frac{d_y}{a_y}\right)^2 + \left(\frac{d_t}{a_t}\right)^2\right\}\right] \tag{9}$$

$$\left(d_r = \sqrt{{d_x}^2 + {d_y}^2 + (\beta d_t)^2},\ \ d_\ell = \sqrt{{d_x}^2 + {d_y}^2}\right)$$

2. 時空間のトレンド関数・共分散関数

kriging では，式 (1) の様に対象変量をトレンド成分とランダム成分に分解し，ランダム成分の定常性を確保する．両成分を時空間関数形に変更し，時空間対応型に拡張する．トレンド関数 $m(\boldsymbol{z},t)$ は式 (2) の様な多項式を与える．次にランダム成分は，その相関式において観測データ間の相関距離が重要となる．ただし，時間と空間は異なる性質の座標変数で表されるため，同一空間内で計量し得る場合は位相空間で考える必要がある．いま時間距離 1(単位時間) に匹敵する空間距離を $\beta(>0)$ と置き，時間距離換算パラメータと呼ぶことにする．位相一次元距離で相関関係を考える際は式 (3)〜(5) の様な共分散関数を用意すればよい．位相二次元では空間・時間別に一次元相関距離を考えるため，式 (6),(7) の様な共分散関数でよい．同様に位相三次元では式 (8),(9) の様な関数になる．位相二・三次元共分散関数では換算時間相関長さ a_t に β が含まれたかたちのため，β を直接同定せずに考えれられる．同様に，トレンド関数 $m(\boldsymbol{z},t)$ においても b_4 には β が含まれた係数と見なせる．ところで，kriging 推定値は重み付け観測値の総和に帰着する．従来はその重みを時間毎に求めていたため，実質的に重みが時間依存となっていた．本手法では時間に依存しない定数のため，一度得られた重みは将来計算にも使え，降雨量の GCM 出力に対するダウンスケール時の分布再現にも利用可能と期待される．

Key words: 地下水，水文データ，時空間分布，時空間統計学，地下水位
〒611-0011　宇治市五ヶ庄　TEL: 0774-38-4249　FAX: 0774-38-4249

3. 数値実験

本提案手法の効用について検討すべく，宮古島砂川地下水盆流域の1993年10月20日と11月20日における地下水位分布一斉水位観測データを用いた．単位時間は1 dayで設定，単位長さは1mとし，それに対する色々な値のβ $(0 \leq \beta \leq 2)$を使って比較検討した．各場合におけるトレンド関数・共分散関数のパラメータを同定して得られた推定分布結果を図1〜図4に示す．図1，図3，図4に関しては最下流部の水位が過小推定になったために最下流部には誤差が認められるが，全体は概ね誤差も小さく，分布推定が良好であるとわかる.，図2は明らかに中流域から下流域にかけての水位が過小評価となって，下流域の水深がゼロになってしまっている．これは10月20日の水位分布の推定に強い影響を受けた状態でパラメータが同定されたためと思われる．

次にβの最適値について検討した．本研究ではβが時空間統計モデルに独立なパラメータとして見なせば，一種のハイパーパラメータとして扱うことになるため，パラメータ同定時のAIC(赤池情報量規準)値が最小となるβをもって，βの最適値と判断する．各βに対するAIC算出結果を表1に示す．これから，共分散関数が一次元の場合，AICは指数型・球状型であれば$1/3 \leq \beta \leq 1$で最小が存在し，ガウス型であれば$1/30 \leq \beta \leq 1/3$で最小が存在することがわかる．ここでは，βを5通りしか準備していないため，前者はβ=1/2，後者はβ=1/3で最適値になると言える．ところが，共分散関数が三次元の場合は，AICが単調増加または極値が多数となるなどβに最適値があることを断言できない．これは一次元モデルが時空間でひとまとめにした1次元距離の相関性を取っていて，どちらからも相関性が取れる形で同定されるため，βに最適値が現れるが，時空間的に相関性を方向毎に同定(調整)できるような統計モデルであることから，βの調整性が薄れて，観測データの時空間各軸の変動特性でパラメータが同定されてしまうためβの最適値の存在が一概に言えないようになっているものと推察される．よって，さらなる検討が必要と思われる．

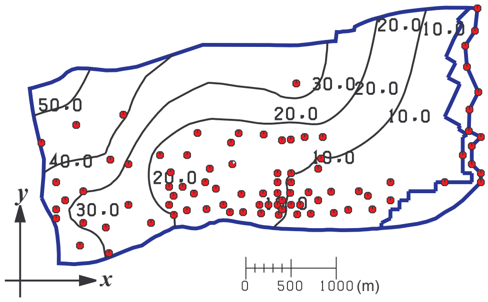

図 1: 1993.10.20の分布(1次元位相指数型)

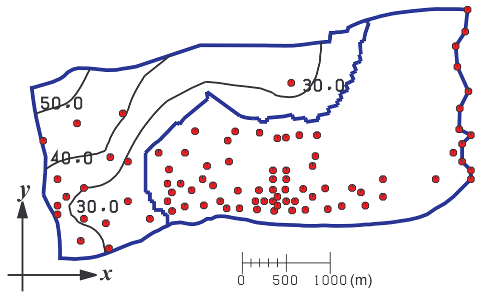

図 2: 1993.11.20の分布(1次元位相指数型)

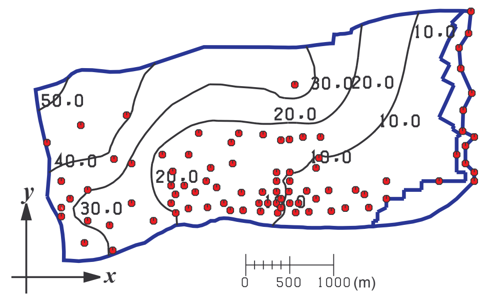

図 3: 1993.10.20の分布(3次元位相指数型)

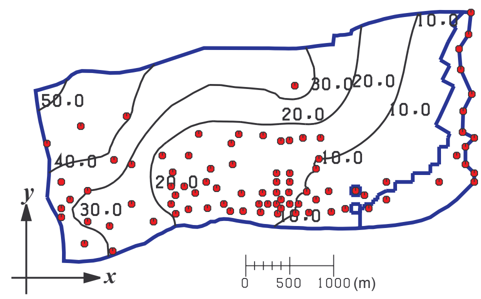

図 4: 1993.11.20の分布(3次元位相指数型)

4. 結論

本研究では，時間距離換算パラメータβを提案・導入し，krigingの時空間適用への拡張を試みて良好な推定結果を得た．これより本提案手法はデータの相関性を時空間で一元的に考える場合に特に有用性・応用性に富むとがわかった．ただし，時間と空間の相関性を一元的に考える場合はβが効果的に評価に関わるため，その最適値が存在するとわかるが，各軸で相関性をとるようにすれば時間距離換算の効果が薄れ，最適値の存在は認めづらいと言える．

共分散関数モデル 次元	タイプ	$\beta = 1/30$	$\beta = 1/3$	$\beta = 1/2$	$\beta = 1$	$\beta = 2$
一次元	位相指数型	720.0568	611.9140	608.1317	616.2344	645.1787
	位相ガウス型	744.4187	711.0623	724.1948	770.9871	939.0329
	位相球状型	743.7970	600.1422	591.9690	598.1137	625.1465
三次元	位相指数型	630.0193	640.4219	641.0675	659.3442	680.6591
	位相ガウス型	737.6235	764.3799	778.7095	749.4559	824.9632
	位相球状型	618.4129	618.4135	618.4137	618.4136	618.4127

表 1: 1993.10.20の分布(1次元位相指数型)

参考文献

1) 浜口俊雄・小尻利治・中北英一：地球統計学的な疑似生成観測値の利用によるパラメータの空間分布同定，京都大学防災研究所年報，第49号B，pp.633–639，2006.　2) 浜口俊雄・小尻利治・Mohamed Saber：均質化理論に基づくアップスケーリングの水文学的適用法，京都大学防災研究所年報，第50号B，pp.759–764，2007.