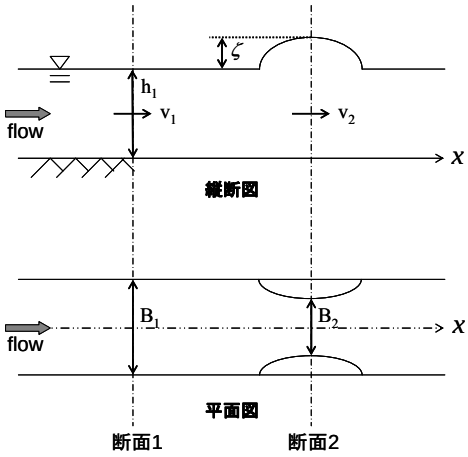
縮流部を有する開水路実験における跳水現象の基礎的研究

中央大学大学院　学生員　○香月　亜記範
中央大学大学院　学生員　山下　千智
中央大学大学院　学生員　Maritess Quimpo
中央大学大学院　生会員　本永　良樹
中央大学理工学部　フェロー会員　山田　正

1．はじめに

これまでに跳水現象に関しては，跳水の形態，共役水深の関係，跳水長の特性などについて多くの学術的研究がなされてきた．しかし縮流部開水路流れにおいて跳水現象が見られる条件の解明は未だ不十分である．

そこで著者らは損失水頭を考慮しないベルヌーイの定理から，縮流部における水深の解析解を導出し，解の存在条件から何らかのエネルギー損失が発生しベルヌーイの定理が成立していない領域を示した．また，その領域内では跳水が発生すると仮定し，水路実験を行い跳水発生の有無と解の条件を比較することで理論の検証を行った．



図−1 漸縮部を有する開水路流れ

2．開水路流れにおける縮流部水深の理論的導出及び解の存在条件

図-1 に示すような縮流部を有する開水路流れにおける無次元化した水深の解析解の存在条件を求める．(1)式は断面Ⅰ，断面Ⅱで成立する流量の連続式である．(2)式は断面Ⅰ，断面Ⅱにベルヌーイの定理を適用した式である．(1)式及び(2)式を連立して流速 v_2 を消去すると，(3)式を得る．ここで，y は上流の水深で除して無次元化した断面Ⅱの水深を表している．また，以降 $\varepsilon=(B_1-B_2)/B_1$ を河幅縮小率と定義する．ここで(3)式の 2 次の係数と定数を a，c と置き((4)式)，y を(5)式を満たす x に置換すると(4)式は(6)式に書き換えられる．(6)式をカルダノの方法に従って解くと，(7)に示す 3 つの解が得られる．また(6)式より一般的な 3 次方程式の判別式を用いると 3 つの実数解を持つ条件は(8)式になる．図−3 に河幅縮小率と上流のフルード数の関係を示す．図中の曲線は(8)式の R=0 を満たす，ベルヌーイの定理成立の境界を表している．(6)式が 3 つの実数解を持つ条件は図−3 に示す領域 1 及び領域 3 である．また，解に虚数解を含む，すなわちベルヌーイの定理が成立せず断面Ⅰと断面Ⅱの間でエネルギー損失が発生すると推測される条件は領域 2 である．

・連続式

$$v_1 h_1 B_1 = v_2 (h_1+\zeta) B_1 \quad (1)$$

・ベルヌーイの定理

$$\frac{1}{2g}v_1^2 = \frac{1}{2g}v_2^2 + \zeta \quad (2)$$

・(1), (2)式を連立して得られる式

$$y^3 - y^2\left\{1+F_{r1}^2\right\} + \frac{1}{2}F_{r1}^2\frac{1}{(1-\varepsilon)^2} = 0 \quad (3)$$

$$\left(F_{r1}=\frac{v_1}{\sqrt{gh_1}},\ y=\frac{(h_1+\zeta)}{h_1},\ \varepsilon=\frac{(B_1+B_2)}{B_1}\right)$$

$$y^3 + ay^2 + c = 0 \quad (4)$$

$$\left(a=-\left\{1+\frac{1}{2}Fr_1^2\right\},\ c=\frac{1}{2}Fr_1^2\frac{1}{(1-\varepsilon)^2}\right)$$

$$x = y + \frac{a}{3} \quad (5)$$

$$x^3 + a_1 x + b_1 = 0 \quad (6)$$

$$\left(a_1 = -\frac{1}{3}a^2,\ b_1 = \frac{2}{27}a^3 + c\right)$$

・無次元化した水深の解析解

$$y = u+v-\frac{a}{3},\ \omega u+\omega^2 v-\frac{a}{3},\ \omega^2 u+\omega v-\frac{a}{3} \quad (7)$$

$$\left(u=\sqrt[3]{-\frac{b_1}{2}+\sqrt{R}},\ v=\sqrt[3]{-\frac{b_1}{2}-\sqrt{R}},\ \omega=\exp\left(\frac{2\pi i}{3}\right)\right)$$

・3つの実数解を持つ条件式

$$R = \frac{1}{4}b_1^2 + \frac{1}{27}a_1^3 < 0 \quad (8)$$

v	:流速	g	:重力加速度
h	:水深	F_{r1}	:フルード数
B	:水路幅	ε	:河幅縮小率
ζ	:水深増加分	i	:複素数
π	:円周率		(添え字1,2は断面を表す)

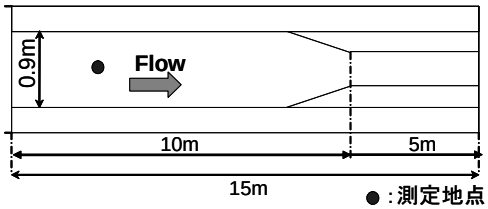
3．実験概要

実験に使用した水路の平面図を図−2 に示す．河床材料が鋼材の固定床の

キーワード　縮流部，跳水，ベルヌーイの定理

連絡先〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 中央大学 TEL03-3817-1805 E-mail akinori-katsuki@civil.chuo-u.ac.jp

開水路を用い，下流の水路幅を狭めて十分に長い板で上流と下流を繋げて可道を作成した．実験方法は，上流端より流量を一定で与え，河床勾配を変えてフルード数を変化させ，その時に水路幅が狭まりきる断面より上流側において跳水発生の有無を観察した．上流のフルード数の算出に用いる流速と水深の測定地点は，水路幅が狭まりきる断面より上流の可道中央で，上下流の影響のない地点に設定した．また，流速は電磁流速計，水深はポイントゲージを用いて計測した．射流部の実験における測定地点は，水路幅が狭まりきる断面より 7.5m 上流に設定し，上流端流量を 15l/s 与え，河床勾配を最大 1/60 から最小 1/200 まで徐々に緩め水面形の観察を行った．また，常流部の実験では，測定地点を水理幅が狭まりきる断面より 4m 上流に設定し，上流端流量を 7l/s 与え，河床勾配を 0 から最大 1/230 まで徐々に勾配を大きくし，同様の実験を行った．

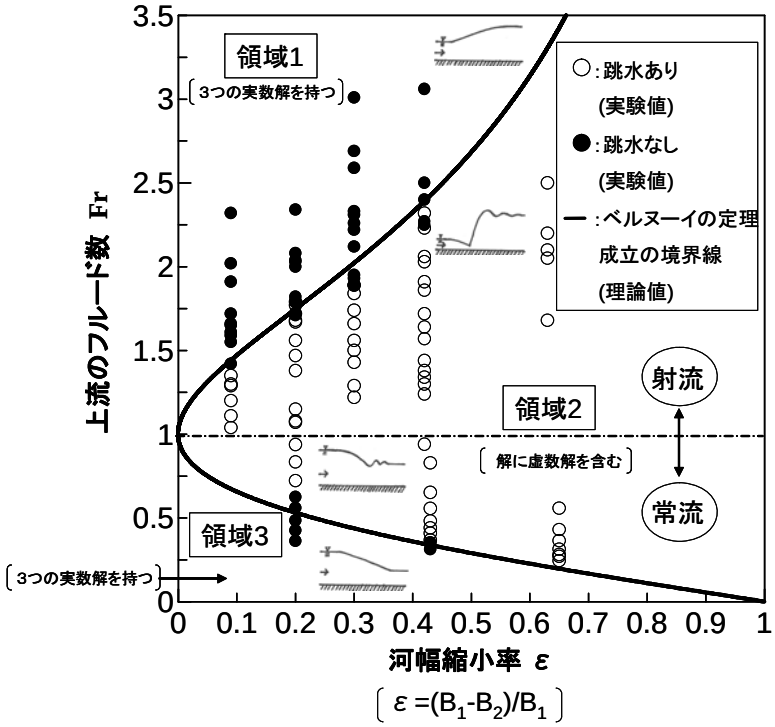


図−2 水路平面図

４．実験結果(理論と実験値の比較)

実験結果を図-3 に示す．横軸は河幅縮小率，縦軸は上流のフルード数である．射流部の実験では，河幅縮小率が 0.63 の時を除く全てのケースにおいて，河床勾配を徐々に緩くしていくとある勾配に達した時点で縮流部内において跳水が発生した．更に勾配を緩くしていくと発生した跳水は上流側に遡上しながらその形状は薄れていった．河幅縮小率が 0.63 のケースで同様の実験を行ったところ，常に跳水は発生していた．また，常流部の実験では，河幅縮小率が 0.20 及び 0.43 のケースにおいて，徐々に勾配を大きくしていくと，ある勾配に達した時点で水路幅が狭まりきる断面の横断方向に小さな筋が表れ，著者らはそれを緩やかな跳水と定義した．

実験結果と理論を比較すると，常流部･射流部ともに実験において跳水が発生した点と，理論的に導かれた解析解に虚数を含む領域は一致している．以上より，本研究の実験により著者らが導いた理論は実現象とよく合っていることを示した．



図−3 上流のフルード数と河幅縮小率の関係

５．まとめ

本論文より得られた知見を以下に示す．

1) 上流の流れが常流状態でも，エネルギー損失を伴う緩やかな跳水が存在することが分かった．
2) 著者らが理論的に導いたベルヌーイの定理の破綻境界と実験値とを比較して，両者がよく一致していることを示した．

６．参考文献

高木隆一，佐藤直良，山田正:幅の変化する水路(狭窄，拡幅)を流れる不等流の水面形の解析解，昭和 60 年度土木学会関東支部年次研究発表会講演概要集，Vol.13,pp.131-132,1986