弾性体中における単層および2層カーボンナノチューブの 半径方向圧力作用に対する座屈挙動の解析

北海道大学大学院工学研究科	学生員	○飯干晃太朗	
北海道大学大学院工学研究科	正会員	佐藤	太裕
国土交通省	正会員	嶋崎	賢太

1. はじめに

本研究は、弾性体中の単層カーボンナノチューブ (Single-walled Carbon Nanotube,以下 SWCNT)および 2 層カーボンナノチューブ (Double-walled Carbon Nanotube,以下 DWCNT) における静水圧状の荷重に対す る弾性座屈特性の把握を、連続体力学に基づく形で行 うことを目的としている。カーボンナノチューブは炭 素原子によって作られるネットワーク(グラフェンシ ート)が構成する内径数 nm 程度の単層または多層の円 筒状の物質である¹⁾.近年その極めて優れた引張強度 特性や電気伝導性に注目が集まり、実験、解析両面か ら多方面に渡る研究が世界的に進められている.本研 究では、引張に比べ比較的弱いとされる半径方向の座 屈挙動を解析的に明らかにする.

2. 解析モデル



図-1 2層カーボンナノチューブの解析モデル

図-1は解析対象とするDWCNTのモデル図を示したも のであり、SWCNT はこのモデルにおいて外層と分子間力 を取り除いたものに相当する.弾性体(ヤング係数 E_c , ポアソン比 v_c)中におけるDWCNT(ヤング係数E,ポア ソン比v, 層厚h, *i*層における半径 a_i)を円筒シェ ルとしてモデル化し、半径方向に対し圧力が作用する 状態を考える. CNT は径に対し非常に長い構造であるこ とから平面ひずみ状態を仮定し,径に対して非常に薄 いとして薄肉理論を適用する.また,DWCNTの外層と弾 性体は完全に密着しているものと仮定する.

3. 定式化

この場合全ポテンシャルエネルギーは、円周方向の 伸びおよび曲げによるひずみエネルギー U_M 、 U_B 、外 圧力によるエネルギー Ω 、弾性体から受ける力による ひずみエネルギー U_C 、および近接する層間に作用する van del Waals(vdW)力によるエネルギー U_I の総和とし て次式で与えられる.

$$U = U[u_i, v_i, p] = U_M + U_B + \Omega + U_C + U_I$$
 (1)
i 層の半径方向および円周方向の変位 u_i , v_i に対して
 U_M , U_B および Ω は次式のように得られる²⁾.

$$U_{M} = \sum_{i=1}^{2} \frac{EAa_{i}}{2(1-\nu^{2})} \int \left[\frac{v_{i}' + u_{i}}{a_{i}} + \frac{1}{2} \left(\frac{v_{i} - u_{i}'}{a_{i}} \right)^{2} \right]^{2} d\theta \qquad (2)$$

$$U_{B} = \sum_{i=1}^{2} \frac{EIa_{i}}{2(1-v^{2})} \int \left(\frac{v_{i}'-u_{i}''}{a_{i}^{2}}\right)^{2} d\theta$$
(3)

$$\Omega = qa \int_0^{2\pi} \left[w + \frac{1}{2a} (v^2 - vw' + v'w + w^2) \right] d\theta$$
 (4)

弾性体によりシェルにかかる応力とせん断応力をそれ ぞれ σ_r , $\tau_{r\theta}$ として U_c は次式で得られる.

$$U_C = -\frac{1}{2}a_2 \int_0^{2\pi} (\sigma_r u_2 + \tau_{r\theta} v_2) d\theta$$
(5)

ここで
$$\sigma_r$$
, $\tau_{r\theta}$ は文献³⁾より以下の式を用いる.
 $\sigma_r = (S_1 \overline{u_r} + S_2 \overline{v_r}) \cos n\theta$ (6)

$$\tau_{r\theta} = \left(S_2 \overline{u_n} + S_1 \overline{v_n}\right) \sin n\theta \tag{7}$$

$$S_{1} = -\frac{K_{g}}{2(3-\mu_{g})r_{g}} \left[\frac{4(n+1)}{1+\mu_{g}} - 2\right]$$
(8)

$$S_{2} = -\frac{K_{g}}{2(3-\mu_{g})r_{g}} \left[\frac{4(n+1)}{1+\mu_{g}} - 2n\right]$$
(9)

キーワード カーボンナノチューブ,座屈

連絡先 〒060-8628 北海道札幌市北区北13条西8丁目北海道大学大学院工学研究科 TEL011-706-6177



図-2 弾性体のヤング係数が座屈荷重に及す影響 と座屈のモードの値

$$K_g = \frac{E_c}{1 - v_c^2} \tag{10}$$

$$\mu_g = \frac{\nu_c}{1 - \nu_c} \tag{11}$$

またU,は以下の形で得られる.

$$U_{I} = k \int_{0}^{2\pi} \left(u_{1} - u_{2} \right)^{2} d\theta$$
 (12)

vdW 力に関する係数は文献⁴⁾より次式を用いる.

$$k = c_{12}a_1 = c_{21}a_2 \tag{13}$$

$$c_{ij} = -\left(\frac{1001\pi\varepsilon\sigma^{12}}{3D^4}g_{ij}^{13} - \frac{1120\pi\varepsilon\sigma^6}{9D^4}g_{ij}^{7}\right)a_j \tag{14}$$

$$g_{ij}^{\ m} = \frac{1}{a_i + a_j} \int_0^{2\pi} \frac{1}{\sqrt{1 - b_{ij} \cos^2 \theta}} d\theta$$
(15)

$$b_{ij} = \frac{4a_i a_j}{(a_i + a_j)^2}$$
(16)

上記の過程により得られたポテンシャルエネルギーに 変分原理を適用することにより,座屈現象に対応する4 本の支配方程式が得られる.その支配方程式に対して, 座屈後の変位を座屈形状の波数nを用いて表す.

$$v_i = B_i \sin n\theta$$

$$u_i = C_i \cos n\theta$$
(17)

これを支配方程式に代入することで,以下の代数方程 式を得られる.

 $\mathbf{V}\mathbf{u} = \mathbf{0} \tag{18}$

4. 解析結果

内側の層の径 a_1 の値は4.0[nm]とした. 図-2は弾性体 と CNT のヤング係数の比 E_C / E に対する座屈荷重 p_{cr} の 値を CNT の厚さhごとに示したものであり、また、図-3 はそれをh = 0.16[nm]として層数ごとに示したもので ある. 図-2より、一定のhにおいては E_C が増加する



につれて p_{cr} も増加していくことがわかる.また,その時の座屈の波数 n の値は次第に増加していく.ヤング係数を一定にして見ると,層が厚くなっていくほど p_{cr} が大きくなっていくことがわかる.次に図-3より,等しい E_c においては単層より 2 層の方が座屈荷重が大きい.さらに,単層と 2 層の座屈荷重の差は弾性体のヤング係数に依存していることが読み取れる.

5. まとめ

本研究においては,以下の知見が得られた.

・弾性体のヤング係数が増加すると座屈荷重は増加し, モードnの値は大きくなる

・カーボンナノチューブが厚いと薄い場合より座屈荷 重が大きくなり,モードnの値は小さくなる

・単層より2層の方が座屈荷重は大きくなる.また,その差は弾性体のヤング係数に依存する

今後はチューブ層数を増加させた解析を進めること で、多層カーボンナノチューブにおいてみられる特徴 的な座屈挙動⁵⁾における周囲の弾性体の影響について 研究を進めていく予定である.

参考文献

 Iijima, S:Helical microtubes of graphitic carbon, Nature, **354**, pp.56-58, 1991.

2) D.O.Bruth and B.O.Almroth: Buckling of Bars, Plates and Shells, McGraw-Hill, 1975.

3) James G.A. Croll: Buckling of cylindrical tunnel liners: Journal of Engineering Mechanics, pp.333-341,2001

4) He, X.Q., Kitipornchai, K.M. and Liew, K.M.: Buckling analysis of multi-walled carbon nanotubes: a continuum model accounting for van del Waals interaction, J. Mech. Phys. Solids, Vol.53, pp.303-326,2005.

5) Shima, H. and Sato, M: Multiple radial corrugations in multiwalled carbon nanotubes under pressure, Nanotechnology, 19(49), 495705, 2008