

# 変動荷重を受けるトラス橋の座屈強度の初期不整感度則に基づく確率論的評価法

東北大学 学 奥野 康平  
東北大学 正 池田 清宏

## 1. 本研究の目的

構造系における座屈強度は、構造物自身の初期たわみや残留応力などの初期不整の存在により大きく低下することが知られている。Koiter<sup>1)</sup>により強度の初期依存特性を表す初期不整感度則が各種の特異点に対して求められており、後にThompson・Hunt<sup>2)</sup>により体系化された。また、初期不整の種類を1次不整と2次不整に分類し、構造系全体の初期不整感度を記述する一般化初期不整感度則が提案されている<sup>3)</sup>。さらに、初期不整変数の確率分布が与えられた場合の座屈荷重低下量の理論解を求める手法が確立されている<sup>4)</sup>。

しかし、実際の構造物においては交通荷重のような変動荷重の方が初期不整よりも構造物の耐荷力に与える影響は大きい事も知られている。そこで本研究では、活荷重を初期不整と想定し初期不整感度則を用いて座屈荷重低下量を記述し、トラス橋の1節点に活荷重を載荷し1節点ごとの初期不整感度則を求め、それらを用いて複数の節点に活荷重を載荷した時の耐荷力の低下を表す近似式を提案し、交通荷重シミュレーションデータ<sup>5)</sup>に基づきその妥当性を検証する。

## 2. 解析モデル

本研究で解析に用いるトラス橋は図1の通りである。

この橋は北田・中井のトラス橋設計計算例<sup>6)</sup>及び道路橋示方書<sup>7)</sup>に従って設計した。ちなみに形式は3主桁単純トラス橋で、支間長60m、トラス高8m、幅員6m、主構の間隔は6.9mであり、鋼材はSM400を用いた。スパン中央部分は2m高くしており、斜材を橋断面に設置した。

荷重としては図1の節点1~10に死荷重を均等に載荷し、活荷重もこの節点1~10の10点に載荷するものとする。

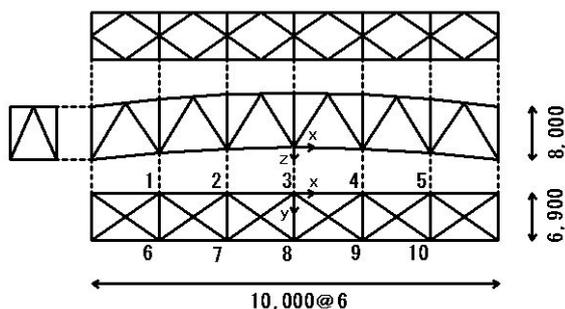


図-1 解析モデル (単位:mm)

## 3. 分岐理論と初期不整感度則

### (1) 既往の初期不整感度則

ある構造物の釣合い状態が、十分に滑らかな非線形釣合い式

$$F(u, f, v) = 0 \tag{1}$$

で表されるとする。ここに、 $F$ は離散化された $n$ 次元の連立方程式、 $u = (u_1, u_2, \dots, u_n)^T$ は $n$ 次元の変位ベクトル、 $f$ は荷重パラメータ、 $v = (v_1, v_2, \dots, v_p)^T$ は $p$ 次元の初期不整変数ベクトルである。

左右対称性の喪失を起こす単純分岐点を考える。対称性を喪失させるような不整を1次不整といい、対称性を保持したままの不整を2次不整という。初期不整を1次不整 $\epsilon^-$ と2次不整 $\epsilon^+$ に分解するという方法論である、一般化初期不整感度則が提案されている<sup>3)</sup>。

$$\begin{aligned} \tilde{f}_c &= \tilde{f}_c^- + \tilde{f}_c^+ = -\left(\sum_{i=1}^{p^-} C_i^- \epsilon_i^- \right)^{2/3} + \sum_{i=1}^{p^+} C_i^+ \epsilon_i^+ \\ &= -(D^T e)^{2/3} + C^T e \end{aligned} \tag{2}$$

ここに $\tilde{f}_c$ は座屈荷重低下量、 $C_i^\pm$ は初期不整の影響の大きさを示す感度係数であり、 $\epsilon_i^\pm$ は初期不整の大きさを表す変数である。また、添え字(+)は対称性を崩さない2次不整の項を、添え字(-)は対称性を崩す1次不整の項をそれぞれ表している。 $C, D$ は感度係数ベクトル、 $e$ は $\epsilon_i^\pm$ からなる初期不整ベクトルであると定義する。

### (2) 分岐点を持たない構造物の初期不整感度則の提案

今研究で解析に用いるモデルでは分岐点が存在せず上記の既往の2/3乗則は適用できない。そこで2次項までを含んだ新しい感度則を提案する。

$$\tilde{f}_c = e^T D e + C^T e \tag{3}$$

ここで $e = (e_1, e_2, \dots, e_n)^T$ は $n$ 次元の初期不整ベクトル、 $C = (C_1, C_2, \dots, C_n)^T$ は感度係数ベクトル、 $D$ は $n \times n$ 行列の感度係数ベクトルである。 $C$ と $D$ は数値解析により定める事とする。

#### 4. トラス橋の分岐解析

##### (1) 単一の変動外力を受ける系の初期不整感度則

まず初期不整を1節点ごとに载荷した場合の初期不整感度則を求めることにより、 $C_i$  と  $D_{ii}$  を決定する.. 図1の10節点の1節点ごとに初期不整を载荷したものを荷重パターンベクトルとして解析した.

結果は図2のようになった. ここで図3の節点にふってある番号は図2のグラフの番号と対応している. この結果から感度則において橋軸方向・橋軸直角方向の両方に対称性があることが確認できた.

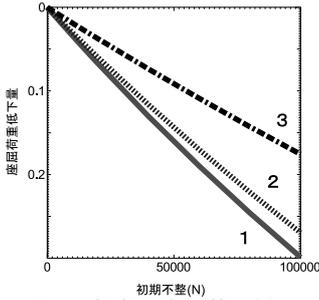


図-2 各点の座屈荷重低下量

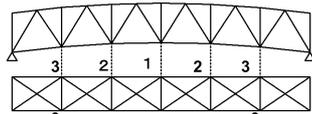


図-3 図2のグラフに対応する節点

##### (2) 複数の変動外力を受ける系の初期不整感度則

次に複数の初期不整を载荷した場合の初期不整感度則を求める. 式(3)のもとで, 下弦10節点(図3で番号をふった節点)のうち2節点ずつに初期不整を载荷して  $D_{ij}(i \neq j)$  を全て求めた後, 活荷重シミュレーションデータの活荷重を図4の黒丸をつけた節点に载荷した. 図5は活荷重シミュレーションデータを用いて求めた結果であり, 実線が本研究で提案する感度則で求めた解析値, 四角でプロットした点がシミュレーションのデータをプログラムに入力して求めた数値解を表す. 図6は図5の座屈荷重低下量の頻度分布を表しており, 実線が本研究で提案する感度則で求めた解析値の度数, 四角で囲んである棒グラフがシミュレーションのデータをプログラムに入力して求めた数値解の度数を表す.

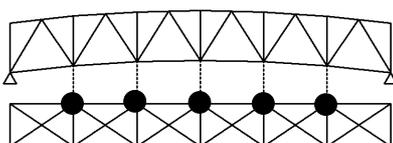


図-4 初期不整の载荷点

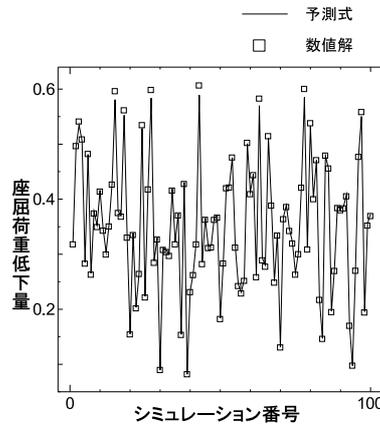


図-5 シミュレーションによる数値解と予測式との比較

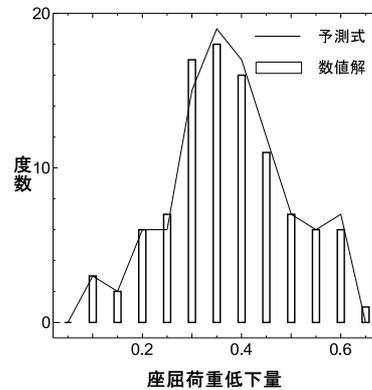


図-6 図5の数値解と予測式のヒストグラム

#### 5. 結論

本研究での予測式に基づきシミュレーションを試した結果, 初期不整を図6のような片側に载荷した場合に座屈荷重低下量の最大誤差2.8%という精度の高い予測をすることが出来た. この結果から本研究で提案する式を用いれば, 極大点に限りはしたが, 活荷重による座屈荷重低下量を高い精度で予測する事ができる.

#### 参考文献

- 1) Koiter, W.T : *On the Stability of Elastic Equilibrium*, Dissertation, Delft, Holland (English translation: NASA technical translation F 10: 833, 1967).
- 2) Thompson J.M.T. and Hunt G.W. : *A General Theory of Elastic Stability*, Wiley, 1973.
- 3) 池田清宏, 藤沢利光 : 左右対称構造系の一般化初期不整感度則の提案, 土木学会論文集, No.0/I-74, pp.185-192, 2006.
- 4) K. Ikeda and M. Ohsaki, *Generalized sensitivity and probabilistic analysis of buckling loads of structures*, Int. J. Non-Linear Mechanics, Vol. 42, pp. 733-743, 2007.
- 5) 大阪市立大学大学院 工学研究科 都市系専攻 橋梁工学分野, J I P テクノサイエンス株式会社 システム技術研究所: EPASS/USSP による活荷重シミュレーションマニュアル, 2007.
- 6) 中井博, 北田俊行: 新編 橋梁工学 (第5版) 共立出版, 2003.
- 7) 日本道路協会: 道路橋示方書・同解説 I 共通編, II 鋼橋編 丸善, 2002.