

鋼材降伏強度の確率分布形状の違いが鋼桁橋の信頼性指標、抵抗係数  
および設計断面に与える影響の検討

株式会社ウエスコ                      正会員    〇小森 大資                      独立行政法人土木研究所                      正会員    村越 潤  
独立行政法人土木研究所    正会員                      梁取 直樹                      大日本コンサルタント株式会社    正会員    清水 英樹

本文では、鋼道路橋の設計時の照査項目を対象として信頼性指標 $\beta$ および抵抗側の部分係数 $\phi$ （以下、抵抗係数）の解析を行うにあたり、構造用鋼材の降伏強度の確率分布形状の違いが鋼桁橋の信頼性指標、抵抗係数および設計断面諸元に与える影響の検討を行ったので報告する。

1. 検討内容

試設計を実施した単純非合成 I 桁（支間長 30～55m）の支間中央断面における曲げ引張強度を対象に、鋼材降伏強度の分布形状と活荷重統計量をパラメータとして、FORM 法および設計値法により検討を行う。検討手順は次のとおりである。まず、確率変数の統計量および性能関数を設定し、FORM 法により信頼性指標 $\beta_i$ と感度係数 $\alpha_i$ （ $i$ ：支間長別、パラメータ別を表す添字）を算定する。得られた結果を基に、目標信頼性指標 $\beta_T$ と感度係数 $\alpha$ を設定する。次に、設計値法により部分係数を試算する。最後に、この部分係数を用いて桁断面の試算を行い、現行設計で得られた鋼桁断面と比較し、信頼性指標や断面諸量の違いについて検討する。

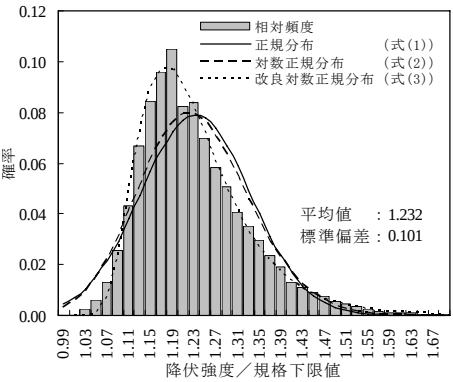


図-1 鋼材降伏強度の確率分布形

2. 確率変数の統計量と分布形状の設定および性能関数

表-1 に統計データを示す。鋼材降伏強度の分布形状は、正規分布、対数正規分布、改良対数正規分布の 3 種類（図-1 参照）とした。鋼材降伏強度の確率密度の関数式を式(1)～式(3)に示す。

・正規分布( $-\infty < x < \infty$ )                      ・対数正規分布( $0 < x < \infty$ )                      ・改良対数正規分布( $1 < x < \infty$ )

$$f_x(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right] \quad (1) \quad f_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\xi x} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - \lambda}{\xi}\right)^2\right] \quad (2) \quad f_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\xi'(x-1)} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(x-1) - \lambda'}{\xi'}\right)^2\right] \quad (3)$$

ここに、  
 $\mu$ : 平均値,  $\sigma$ : 標準偏差,  $\lambda = \ln\left(\frac{\mu}{\sqrt{1+\sigma^2/\mu^2}}\right)$ ,  $\xi = \sqrt{\ln\left(1+\frac{\sigma^2}{\mu^2}\right)}$ ,  $\lambda' = \ln\left(\frac{\mu-1}{\sqrt{1+\sigma^2/(\mu-1)^2}}\right)$ ,  $\xi' = \sqrt{\ln\left(1+\frac{\sigma^2}{(\mu-1)^2}\right)}$

改良対数正規分布とは、JIS 規格において降伏強度の下限値が保証されていることを考慮し、必ずしも実際の分布を表すものではないが、便宜上規格下限値（保証降伏強度）未満の確率が 0 となると仮定した対数正規分布である。鋼材降伏強度以外の確率変数は全て正規分布と仮定した。活荷重統計量はその差による影響度を把握するため、仮に、[供用期間中に起こりうる活荷重断面力/B 活荷重断面力（以下、 $\mu_L$ ）] を 1.0,1.5,2.0（ともに標準偏差 $\sigma_L=0.1$ と仮定）の 3 種類とした。

性能関数 Z（式(4)）の鋼材降伏強度 $\sigma_y$ の分布形状は、正規分布、対数正規分布、改良対数正規分布とする。

$$Z = \sigma_y \frac{I}{y_i} - (M_D + M_L) \quad (4) \quad \text{ここに、}$$

$\sigma_y$ : 鋼材の降伏強度,  $I$ : 鋼部材の断面 2 次モーメント  
 $y_i$ : 中立軸から部材引張縁までの距離,  $M_D, M_L$ : 死, 活荷重による曲げモーメント

3. 現行断面の信頼性指標 $\beta_i$ と感度係数 $\alpha_i$ の試算結果

表-1 解析に用いた確率変数の統計量

図-2(i)に現行断面の $\beta_i$ を $\mu_L$ 別に示す。 $\beta_i$ の値は確率分布の下限値の設定の違いにより、正規分布と比較して対数正規分布では若干大きく、改良対数正規分布ではさらに大きくなっている。また支間長の違いによる $\beta_i$ の変化量は、正規分布と対数正規分布では同程度であるのに対し、改良対数正規分布ではその差は最大 5 程度と大きくなっている。表-2 に $\mu_L=1.5$  の場合の分布形状別の $\beta_i$ と $\alpha_i$ の値を示す。改良対数正規分布では、鋼材降伏強度の $\alpha_{\sigma_y}$ が相対的に小さくなって

| (a) 抵抗側不確定要因 |        |         |          |        |      |      |                            |
|--------------|--------|---------|----------|--------|------|------|----------------------------|
| 抵抗側不確定要因     | 分類等    | 基準値     | データ数     | 平均値基準値 | 標準偏差 | 変動係数 | 仮定する確率分布形                  |
| 材料強度         | 鋼材降伏強度 | 全鋼種、全板厚 | JIS規格下限値 | 78901  | 1.23 | 0.10 | 0.08                       |
|              |        |         |          |        |      |      | 正規分布<br>対数正規分布<br>改良対数正規分布 |
|              |        |         |          |        |      |      | パラメータとする                   |

| (b) 荷重側不確定要因 |         |                                   |        |        |       |       |           |
|--------------|---------|-----------------------------------|--------|--------|-------|-------|-----------|
| 荷重側不確定要因     | 分類等     | 基準値                               | データ数   | 平均値基準値 | 標準偏差  | 変動係数  | 仮定する確率分布形 |
| 死荷重          | 鋼重（全鋼種） | 公称体積×単位重量（77.0kN/m <sup>3</sup> ） | 160980 | 1.002  | 0.012 | 0.012 | 正規分布      |
|              | RC床版・地覆 | 公称体積×単位重量（24.5kN/m <sup>3</sup> ） | 不明     | 1.05   | 0.014 | 0.013 | 正規分布      |
|              | 舗装重量    | 公称体積×単位重量（22.5kN/m <sup>3</sup> ） | 不明     | 1.03   | 0.05  | 0.05  | 正規分布      |
|              | 鋼製防護欄   | 規定無し：0.5 kN/m（1高欄当り）              | -      | 1.00   | 0.00  | 0.00  | 確定値       |

と対数正規分布では同程度であるのに対し、改良対数正規分布ではその差は最大 5 程度と大きくなっている。表-2 に $\mu_L=1.5$  の場合の分布形状別の $\beta_i$ と $\alpha_i$ の値を示す。改良対数正規分布では、鋼材降伏強度の $\alpha_{\sigma_y}$ が相対的に小さくなって

キーワード 鋼材降伏強度、確率分布形状、信頼性指標、部分係数、FORM 法

連絡先 〒651-0092 神戸市中央区生田町 2 丁目 2-2 TEL078-252-2552

おり、他の2分布と傾向が異なっている。

ここで $\beta_T$ および $\alpha$ は、パラメータ別に算定された $\beta_i$ および $\alpha_i$ を支間長によらず平均した値(表-2 平均値の欄の値)として設定した。

#### 4. 目標信頼性指標 $\beta_T$ に対する部分係数の検討結果

設計値法による部分係数の算定式を式(5)～式(7)に示す。

・正規分布

ここに、 $\gamma_{xi}$ : 死、活荷重係数

$$(\phi_{xi}, \gamma_{xi}) = (1 - \alpha_i \beta_i V_i) \frac{\bar{X}_i}{X_{ki}} \quad (5)$$

$\phi_{ki}$ : 抵抗係数

・対数正規分布

$\alpha_i$ : 耐荷力, 作用荷重の感度係数

$$(\phi_{xi}, \gamma_{xi}) = \frac{1}{\sqrt{1 + V_i^2}} \exp(-\alpha_i \beta_i \xi_i) \frac{\bar{X}_i}{X_{ki}} \quad (6)$$

$\beta_T$ : 耐荷力, 作用荷重の目標信頼性指標

$V_i$ : 耐荷力, 作用荷重の変動係数

$\bar{X}_i$ : 耐荷力, 作用荷重の平均値

・改良対数正規分布

$X_{ki}$ : 耐荷力, 作用荷重の基準値または公称値

$$(\phi_{xi}, \gamma_{xi}) = \frac{1}{\sqrt{1 + V_i^2}} \exp(-\alpha_i \beta_i \xi_i) \left( \frac{\bar{X}_i}{X_{ki}} - 1 \right) + 1 \quad (7)$$

表-3 に試算した部分係数を示す。曲げ引張強度の抵抗係数 $\phi_{oy}$ および活荷重係数 $\gamma_L$ は、正規分布、対数正規分布、改良対数正規分布の順に大きくなっている。死荷重係数 $\gamma_D$ はパラメータによらず1.05程度となっている。

#### 5. 部分係数を用いた試算結果

部分係数設計法書式による曲げ引張強度の照査式を式(8)に示す。

$$\gamma_D M_{Dk} + \gamma_L M_{Lk} \leq \phi_{oy} \sigma_{yk} \frac{I_k}{y_{tk}} \quad (8)$$

ここに、 $\gamma_D, \gamma_L$ : 死、活荷重係数,  $M_{Dk}, M_{Lk}$ : 死、活荷重による公称曲げモーメント

$\phi_{oy}$ : 曲げ引張強度の抵抗係数,  $\sigma_{yk}$ : 鋼材の降伏強度基準値

$I_k$ : 鋼部材の公称断面2次モーメント,  $y_{tk}$ : 中立軸から部材引張縁までの公称距離

部分係数設計法書式による鋼桁断面の $\beta_i$ を図-2(ii)に示す。図-2(i)とは異なり、支間長によらず $\beta_i$ は $\beta_T$ に近づきほぼ一定値となっている。

図-3に $\mu_L=1.5$ の場合の支間長と鋼桁断面変化率の関係を示す。いずれの分布形状に対しても、許容応力度設計法に対して部分係数設計法による鋼桁断面は、支間長30,40mでは断面積が増加し、支間長50,55mは断面積が減るか増減無しとなり、その変化率は+4%～-1%程度である。分布形状間の鋼桁断面変化率の違いは、下限値を制限した改良対数正規分布で若干見られるものの、信頼性指標 $\beta_i$ や抵抗係数 $\phi_{oy}$ の変化と比べればそれほど大きいものではない。

#### 6. まとめ

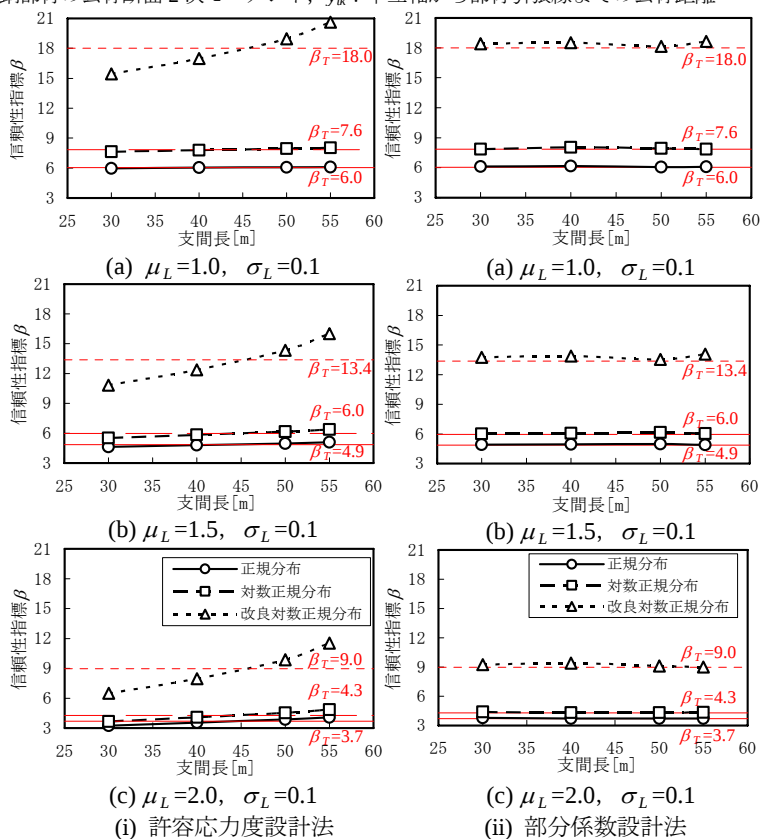
鋼材降伏強度の分布形状と活荷重統計量といった信頼性解析に必要な初期の条件設定が異なることにより、信頼性指標 $\beta_i$ や感度係数 $\alpha_i$ は変化し、目標信頼性指標 $\beta_T$ を $\beta_i$ の平均値として設定した部分係数についても分布形状と活荷重統計量により異なる値が得られた。ただし、設計法の違いによる鋼桁断面変化率は分布形によらず小さいものであった。すなわち、これらの条件設定により、 $\beta_i$ や部分係数の値は変化するものの、部分係数設計法により最終的に得られる鋼桁断面諸元に対する影響は小さく、鋼桁断面に大きな差は見られなかった。なお、本検討で得られた信頼性指標と、抵抗係数については、限られた条件の下で信頼性解析を適用した検討結果であることを理解しておく必要がある。

表-2 分布形状別の信頼性指標 $\beta_i$ と感度係数 $\alpha_i$  ( $\mu_L=1.5$ )

| 鋼材降伏強度の確率分布形状 |               | 支間長ごとの $\beta_i$ および $\alpha_i$ |        |        |        | 平均値<br>( $\beta_T$ および $\alpha$ ) |
|---------------|---------------|---------------------------------|--------|--------|--------|-----------------------------------|
|               |               | 30m                             | 40m    | 50m    | 55m    |                                   |
| 正規分布          | $\beta$       | 4.61                            | 4.80   | 4.97   | 5.09   | 4.9                               |
|               | $\alpha_{oy}$ | 0.961                           | 0.968  | 0.975  | 0.979  | 0.971                             |
|               | $\alpha_{MD}$ | -0.035                          | -0.038 | -0.039 | -0.041 | -0.038                            |
|               | $\alpha_{ML}$ | -0.273                          | -0.247 | -0.219 | -0.199 | -0.234                            |
| 対数正規分布        | $\beta$       | 5.53                            | 5.84   | 6.15   | 6.37   | 6.0                               |
|               | $\alpha_{oy}$ | 0.917                           | 0.927  | 0.939  | 0.946  | 0.932                             |
|               | $\alpha_{MD}$ | -0.051                          | -0.056 | -0.061 | -0.066 | -0.058                            |
|               | $\alpha_{ML}$ | -0.396                          | -0.371 | -0.340 | -0.316 | -0.356                            |
| 改良対数正規分布      | $\beta$       | 10.84                           | 12.36  | 14.33  | 16.01  | 13.4                              |
|               | $\alpha_{oy}$ | 0.419                           | 0.399  | 0.376  | 0.359  | 0.388                             |
|               | $\alpha_{MD}$ | -0.116                          | -0.138 | -0.163 | -0.190 | -0.152                            |
|               | $\alpha_{ML}$ | -0.901                          | -0.907 | -0.912 | -0.914 | -0.908                            |

表-3 部分係数

| 活荷重統計値<br>(正規分布)               |             | 鋼材降伏強度の確率分布形状 |        |          |
|--------------------------------|-------------|---------------|--------|----------|
|                                |             | 正規分布          | 対数正規分布 | 改良対数正規分布 |
| $\mu_L=1.0$<br>$\sigma_L=0.10$ | $\phi_{oy}$ | 0.639         | 0.682  | 1.020    |
|                                | $\gamma_D$  | 1.040         | 1.043  | 1.069    |
|                                | $\gamma_L$  | 1.142         | 1.313  | 2.683    |
| $\mu_L=1.5$<br>$\sigma_L=0.10$ | $\phi_{oy}$ | 0.754         | 0.778  | 1.024    |
|                                | $\gamma_D$  | 1.039         | 1.041  | 1.060    |
|                                | $\gamma_L$  | 1.614         | 1.712  | 2.716    |
| $\mu_L=2.0$<br>$\sigma_L=0.10$ | $\phi_{oy}$ | 0.869         | 0.881  | 1.033    |
|                                | $\gamma_D$  | 1.039         | 1.040  | 1.051    |
|                                | $\gamma_L$  | 2.087         | 2.137  | 2.764    |



(i) 許容応力度設計法

(ii) 部分係数設計法

図-2 設計法の違いによる鋼桁断面の信頼性指標

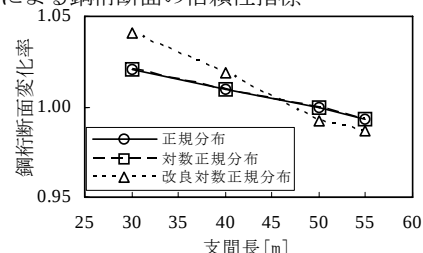


図-3 支間長と鋼桁断面変化率( $\mu_L=1.5$ )