三次元超大変形骨組解析における計算不安定領域に関する研究

佐賀大学大学院 学生会員 ○井土 一瑛
構造計画研究所 正会員 安部 光史
佐賀大学 正会員 帯屋 洋之
佐賀大学 正会員 井嶋 克志

１．研究目的

三次元曲げ軸力部材において，超大変形域までの解析を対象とした場合，ベクトル演算ができない有限回転の合理的な演算法として，座標変換マトリックスの合成による有限回転演算を本研究室では開発しており，リングのたたみ込み解析に適用している．しかしながら，厳密な有限回転を考慮していても断面のアスペクト比の違い，初期曲げの有無等の解析条件の違いによって解析が困難になる場合があった．本研究ではそのような場合を含め，解析者が経路追跡の際に制御法や増分ピッチの選択を試行錯誤的に行なわなければならないような領域を計算不安定領域と定義し，計算不安定となる原因の一つである分岐現象を対象に経路追跡を行なった．解析条件がいかなる場合であっても安定した計算が可能となる解析手法開発の基礎的な知見を得ることが本研究の目的である．

２．解析理論

(1) 接線剛性方程式と接線剛性マトリックスの固有値

節点力ベクトルを **D**，要素端力ベクトル **S**，平衡条件マトリックス **J** としたときの平衡条件式とこれの一階微分で表示される接線剛性方程式は式(1)，(2)のようになる．ここで $\mathbf{K_0}$ は接線要素剛性マトリックス，$\mathbf{K_G}$ は接線幾何剛性マトリックス，$\mathbf{K_T}$ は接線剛性マトリックスである．

$$\mathbf{D} = \mathbf{JS}\ ,\quad \mathbf{J}\delta\mathbf{S} + \delta\mathbf{JS} = (\mathbf{K}_0 + \mathbf{K}_G)\delta\mathbf{d} = \mathbf{K}_T\delta\mathbf{d} \qquad (1),(2)$$

接線剛性マトリックスの固有値は，標準固有値問題として次式によって求める．

$$\mathbf{K}_T\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x} \qquad (3)$$

３．数値解析例

図-1 のような半径 R=30m のリングの下端を完全固定とし，上端に対して 1)リング法線軸回りに回転を与える（以下，法線回り）2)リング接線軸周りに回転を与える（以下，接線回り）の 2 通りの載荷パターンによりたたみ込み解析を行なった．更にそれぞれ先行状態を無応力のリング(以下,初期曲げなし)と無応力状態の直線のはりを円形に変形させたときに発生する曲げモーメント $M=EI/R$ を初期曲げ応力として導入したリング(以下初期曲げあり)にわけて解析を行った．図-２のように断面形状は断面積を 0.12m^2 で一定とし，断面のアスペクト比：b/h 別の経路追跡を行なった．経路追跡法としては，荷重-変位制御の切り替えを主とし，それでも経路が追跡できない場合は弧長増分法も適宜使用している。図-3~図-5 は荷重-変位曲線と変形図であり，図-3 は無応力の法線回りでアスペクト比が 1.3 の場合，図-4 は無応力の接線回りでアスペクト比が 0.8 の場合，図-5 は初期曲げありの法線回りでアスペクト比が 3 の場合である．各荷重-変位曲線は接線剛性マトリックスの負の固有値数別で色分けしている．

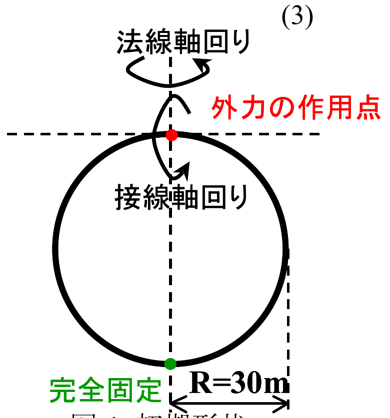

図-1 初期形状

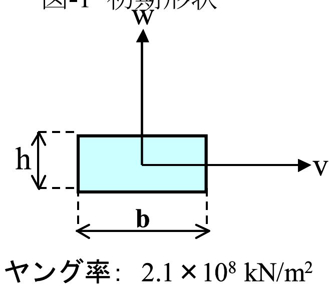

図-2 断面形状

キーワード 接線剛性法，三次元骨組，有限回転，計算不安定領域，接線剛性マトリックスの固有値
連絡先 〒840-8502 佐賀県佐賀市本庄町 1 国立大学法人 佐賀大学

(1)法線回り(初期曲げなし，*b/h*=1.3)

主経路追跡中に分岐点 b でリングが横倒れする変形挙動を示し，その後変位が 2π(rad)のところでたたみ込みが完了した．横倒れしないような支点条件を配したところ，点①で経路が飛び移り，先ほどとは違う変形挙動で変位 2π(rad)の時にたたみ込みが完了した．

(2)接線回り(初期曲げなし,*b/h*=0.8)

主経路、主経路を結ぶバイパス経路 c-c'ともに変位 2π(rad)で表と裏が逆になり，たたみ込むことはできなかった．また，分岐点 d からの分岐経路は途中で計算不能となった．

(3)法線回り(初期曲げあり，*b/h*=3)

初期曲げがない場合たたみ込み可能であったアスペクト比でもたたみ込むことはできなかった．また，主経路，分岐経路ともに途中で計算不能となった．

４．まとめ

計算不安定の原因として[1]分岐点，[2]二つの経路が交わることなくごく近傍に隣接している場合，[3]曲げ-ねじり間のひずみエネルギーの収支を考慮していない，[4]要素分割数に対し，曲率，ねじれが大きくなりすぎている，等が考えられるが，[1]の分岐点に関しては接線剛性マトリックスの負の固有値数をモニターすることで特定することができた．更に，分岐経路を追跡することで，横倒れからのたたみ込みや表と裏が逆になるような変形挙動を把握することができた．

参考文献

- 後藤茂男：膜構造物，骨組構造の形状決定と挙動解析に関する統一理論の確立とプログラムの開発，能村膜構造技術振興財団助成研究研究成果報告書，1995
- 井口真一：立体骨組構造の超大変形解析，佐賀大学博士論文，1999

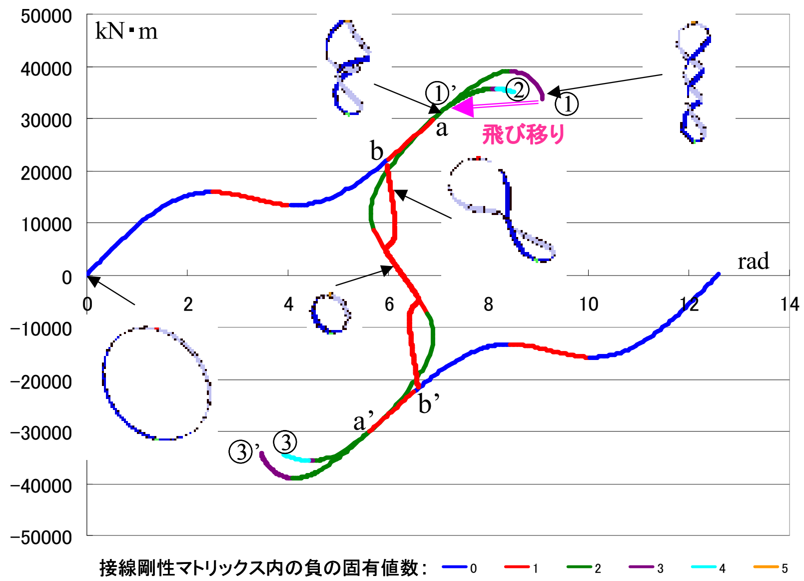

図-3 法線回り(初期曲げなし、*b/h*=1.3)

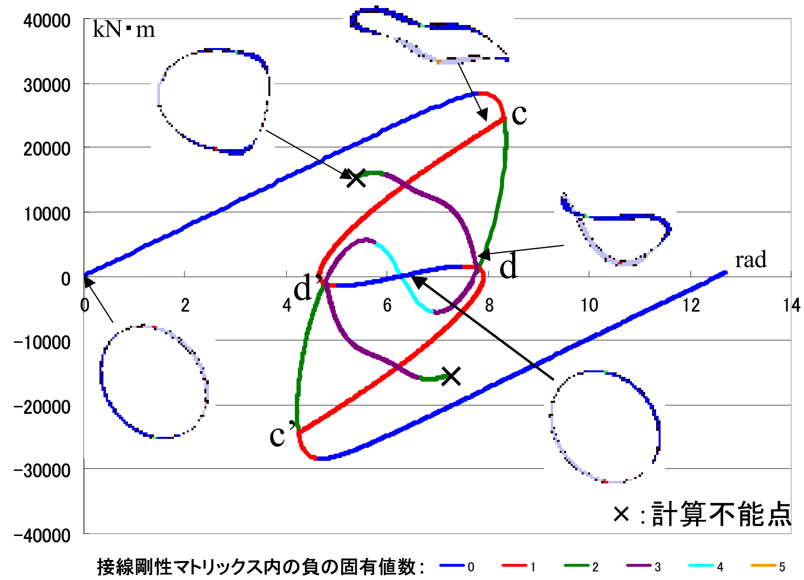

図-4 接線回り(初期曲げなし、*b/h*=0.8)

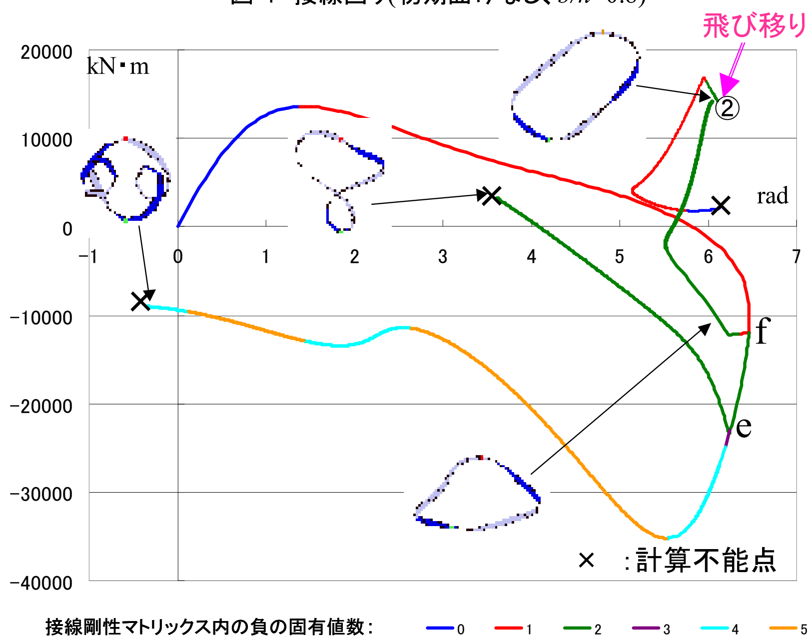

図-5 法線回り(初期曲げあり、*b/h*=3)