

液体に接する中空及び中実円筒体の自由振動問題における梁理論の適用範囲について

大分工業高等専門学校 都市システム工学科
 北海道大学大学院 工学研究科北方圏環境政策工学専攻
 大同大学 都市環境デザイン学科
 大分工業高等専門学校 専攻科機械・環境システム工学専攻

正 会 員 名木野 晴暢
 フェロー会員 三上 隆
 正 会 員 水澤 富作
 学 生 会 員 ○金城 和久

1. まえがき

液体に接する円筒構造物は、石油タンク、種々の工業プラント、橋梁の橋脚や海洋構造物などに用いられる。近年、構造物の大型化に伴い、比較的厚肉な中空円筒体や短い中実円筒体が構造要素として用いられる。厚肉な中空円筒や短い中実円筒構造要素では、面外せん断変形や回転慣性の影響及び半径方向の応力-ひずみ成分が無視できなくなる。

実務設計では、簡便な古典梁理論(Bernoulli-Euler 梁)や面外せん断変形と回転慣性の影響を考慮した1次せん断変形梁理論(Timoshenko 梁)が予備設計段階の検討に用いられる。しかしながら、これらの梁理論は、1次元の近似理論であるが故に、理論の適用限界が問題になるが、液体に接する中空及び中実円筒体の自由振動問題における Bernoulli-Euler 梁と Timoshenko 梁の適用範囲について検討した研究報告例は、見当たらないようである。したがって、流体-構造物系の自由振動問題におけるこれらの梁理論の適用範囲を明らかにすることは、十分に意義があると思われる。

本論文では、流体-構造相関問題における3次元弾性論と2つの梁理論に基づく解析結果を比較することで、液体に接する中空及び中実円筒体の自由振動問題における Bernoulli-Euler 梁と Timoshenko 梁の適用範囲を明らかにすることを目的としている。

2. 解析モデル及び解析方法

図-1には、解析モデル、円筒座標系 (r, θ, x) および円筒梁の変位方向の定義が示してある。等質、等方的な円筒体の運動は、微小変形かつ線形弾性とし、下面 $(x = 0)$ で固定、上端 $(x = L)$ で自由とする。液体は、非粘性、非回転及び非圧縮性とし、境界条件及び連成条件を満足する解析解を求めて、動水圧を評価する。また、任意の時刻 t での r 方向の円筒体の変位成分を w で表す。ここで、 R_i, R_o, L は、それぞれ、円筒体の内径、外径及び長さであり、 H は液体の高さである。なお、3次元弾性論、Bernoulli-Euler 梁理論及

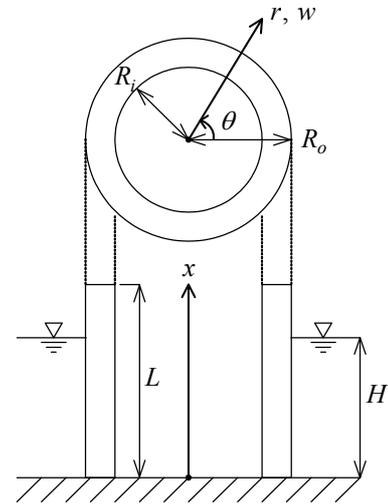


図-1 解析モデル、円筒座標系および変位方向の定義

び Timoshenko 梁理論の各理論に基づく流体-構造物系の自由振動問題を全て厳密に解くことは困難であるので、B-spline Ritz 法¹⁾を用いて、自由振動問題を定式化した。

3. 数値計算例および考察

ここでは、まず、固有振動数に着目し、液体に接する中空及び中実円筒体の自由振動問題における Bernoulli-Euler 梁と Timoshenko 梁の適用範囲について検討する。数値計算例では、コンクリート構造物を想定し、円筒体の密度 $\rho_s = 2.3 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ 、ヤング係数 $E = 23.1 \text{ GPa}$ ($2.35 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$)、ポアソン比 $\nu = 1/6$ とし、液体の密度 $\rho_f = 1.00 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ (したがって、密度比 ρ_f/ρ_s は0.435)を用いる。また、内径-外径比 R_i/R_o は、0(中実)、0.5(厚肉)、0.8(中等厚肉)及び0.99(薄肉)とし、Timoshenko 梁理論で必要になるせん断修正係数 κ は、次式で表される Cowper の式²⁾を用いた。

$$\kappa = \frac{6(1+\nu)(1+m^2)^2}{(7+6\nu)(1+m^2)^2 + (20+12\nu)m^2}, \quad m = \frac{R_i}{R_o} \quad (1)$$

また、振動数パラメータ Ω は、次式で定義する。

$$\Omega = \omega R_o (\rho_s / G)^{1/2} \quad (2)$$

ここで、 ω は円振動数、 G はせん断弾性係数である。

キーワード 円筒体、自由振動、流体-構造相関問題、3次元弾性論、Bernoulli-Euler 梁理論、Timoshenko 梁理論
 連絡先 〒870-0152 大分市大字牧 1666 番地 大分工業高等専門学校 TEL: 097-552-7691

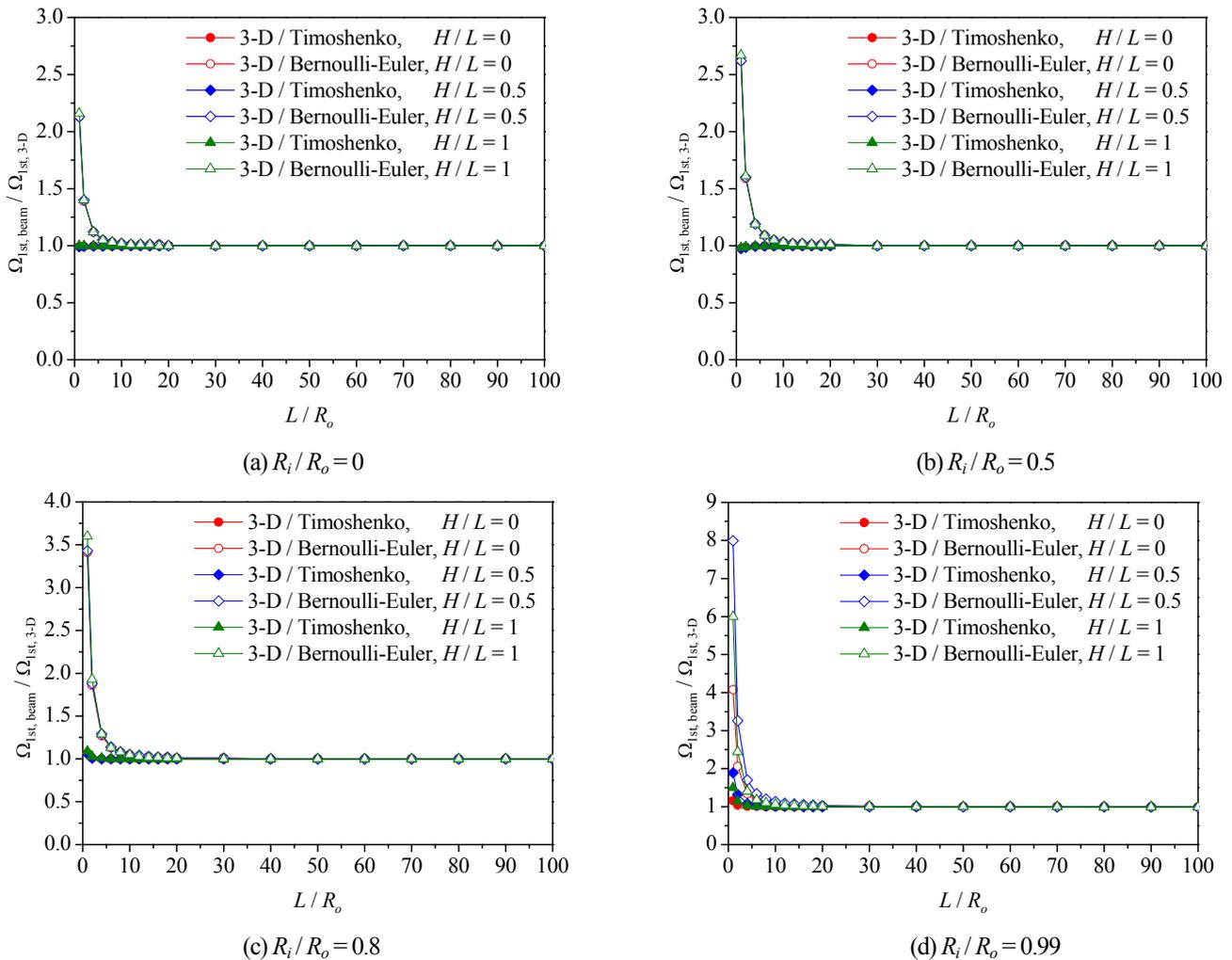


図-2 液体に接する中空及び中実円筒体の基本振動数パラメータ Ω_{1st} の比に与える長さ-外径比 L/R_o と液高比 H/L の影響

図-2 には、液体に接する中空及び中実円筒体の基本振動数パラメータ Ω_{1st} に与える長さ-外径比 L/R_o と液高比 H/L の影響が示してある。ここで、 L/R_o の値は、1から100まで変化させており、 H/L の値は、0(空中)、0.5(半水)及び1(満水)に設定した。なお、縦軸は、3次元弾性論に基づく解析結果 $\Omega_{1st, 3-D}$ を基準とし、Bernoulli-Euler 梁及びTimoshenko 梁に基づく解析結果 $\Omega_{1st, beam}$ との比を取っている。これより、 R_i/R_o 及び H/L の値に係わらず、 L/R_o の値の増大に伴い、 $\Omega_{1st, beam} / \Omega_{1st, 3-D}$ の値は1に収束している。ここで、Timoshenko 梁理論の結果に着目してみると、 L/R_o 及び H/L の値に係わらず、 $0 \leq R_i/R_o \leq 0.99$ の範囲で $\Omega_{1st, beam} / \Omega_{1st, 3-D}$ の値は1弱であり、基本振動数パラメータ Ω_{1st} に限定すれば、Timoshenko 梁理論は、3次元弾性論の代替として適用可能であると言える。他方、Bernoulli-Euler 梁理論の結果は、短い円筒体で $\Omega_{1st, beam} / \Omega_{1st, 3-D}$ の値が2を超えており、 R_i/R_o 及び H/L の増大に伴い、 $\Omega_{1st, beam} / \Omega_{1st, 3-D}$ の値が大きくなる傾向にあるが、 $L/R_o \geq 20$ なる長い円筒体においては、良好な結果を示していると言えよう。

4. まとめ

本論文では、基本振動数パラメータ Ω_{1st} に限定し、流体-構造相関問題における3次元弾性論と2つの梁理論に基づく解析結果を比較することで、液体に接する中空及び中実円筒体の自由振動問題におけるBernoulli-Euler 梁とTimoshenko 梁の適用範囲について検討を行った。その結果、

- (1) R_i/R_o , L/R_o 及び H/L の値に係わらず、3次元弾性論の代替として、Timoshenko 梁理論を適用することが十分可能である。
- (2) Bernoulli-Euler 梁理論は、 $L/R_o \geq 20$ なる長い円筒体であれば、 R_i/R_o 及び H/L の値に係わらず、3次元弾性論の代替として適用可能である。

ということが言えよう。

参考文献

- 1) Nagino, Mikami and Mizusawa: The Proc. of 4th Int. Conf. ASEM, pp.1657-1669 (CD-ROM), 2008.
- 2) Cowper: J. Appl. Mech. **33**, pp. 335-340, 1966.