

SPH 粒子法を用いた構造解析の境界補間に関する基礎的考察

九州大学大学院 学生会員 ○深澤 仁 正会員 園田佳巨

1. 緒言

SPH 粒子法は 1970 年代後半に Lucy, Monaghan らによって、圧縮流体理論を元にした粒子表現による解析手法として提案され、個々の粒子が初期配置から大きく移動しても解析を継続することが可能な特徴を活かして、流体問題や惑星衝突問題などに適用されてきた経緯がある。近年、SPH 粒子法をひび割れ進展挙動の把握、貫通や裏面剥離などの局所破壊解析などに適用する研究も数多く報告されている。しかし、粒子群の大まかな挙動を再現すれば良い流体問題や構造物の破壊を前提とした超高速衝突問題と異なり、構造物の変形量を正確に求める問題では、破壊に至る前の塑性変形が小さなひずみ場を精度良く評価することが非常に重要である。SPH 粒子法では、ある評価点の物理量は、影響半径内の他の評価点の物理量を重み付き平均して内挿することから、境界近傍の評価点のように、影響半径内の評価点の数が少ない部分では、解析精度が低下すると指摘されている。そこで、幾つかの境界補間に関する研究が報告されているが、本研究では、重み付き平均のアルゴリズムを改良した境界補間の方法を提案し、期待される解析精度について基礎的な考察を試みた。

2. 境界補間の方法

SPH 粒子法は、連続体を粒子（評価点）の集合とみなし、粒子上での任意の時刻における加速度やひずみなどの物理量やその微分形を、式(1), (2)に示すような重み関数による近似の概念を用いて評価する。

$$f(x) \approx \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} f(x^j) W(x-x^j, h) \quad (1)$$

$$\nabla \cdot f(x) \approx - \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} f(x^j) \cdot \nabla W(x-x^j, h) \quad (2)$$

ここで、 $f(x)$ は任意の関数、 $W(x-x^j, h)$ は重み関数、 h は影響半径、 x は評価点座標値、 x^j は任意評価点の座標値、 j は影響半径内に内挿されている評価点、 m は粒子の質量、 ρ は密度、 N は内挿されている評価点の総数である。しかし、図-1 に示すように、境界近傍の評価点は内挿される評価点の総数が少ないため、解析精度が低下することが指摘されてきた。そこで本研究では、以下の 2 つの境界補間の方法を試み、結果を比較した。

2.1 仮想粒子を配置する手法

従来から利用されてきた境界補間の方法として、図-2 のように、境界粒子の外側に重み付き平均の計算にだけ利用する仮想粒子を配置し、影響半径内の粒子数を増加させて解析精度の低下を防ぐ方法がある。本研究では、境界粒子の外側に一列の仮想粒子を配置した。

2.2 重み付き平均アルゴリズムの改良

仮想粒子を配置する方法は、解析に用いる粒子数が増加するために計算コストが増大するデメリットがある。

キーワード SPH 粒子法, 境界補間, 重み付き平均, 仮想粒子

連絡先 〒819-0395 福岡県福岡市西区元岡 744 番地 Tel/Fax 092-802-3370

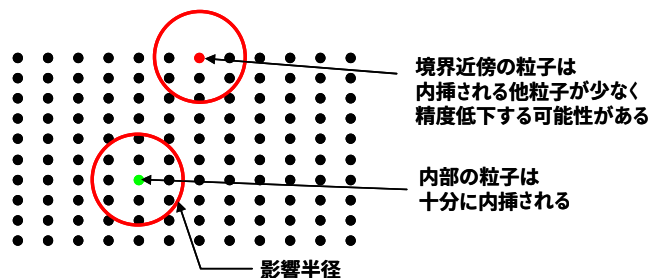


図-1 境界近傍粒子の精度低下

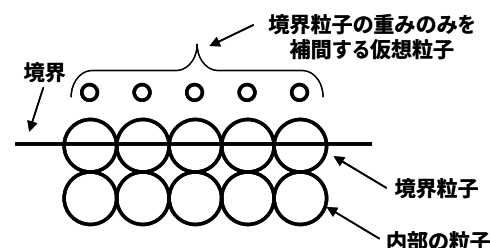


図-2 仮想粒子の配置要領

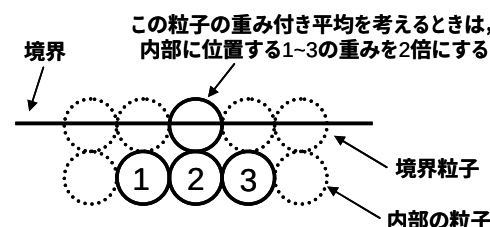


図-3 重み付き平均の改良方法

そこで、本研究では図-3 に示すように、簡易な境界補間の方法として、境界近傍粒子の重みを計算する時には、重み関数の積分値が減少しないように内部粒子の重みを増加させることで、解析精度の低下を防ぐことを考えた。

3. 解析結果および考察

3.1 単軸圧縮解析

図-4 に示すように、粒子間隔 10mm の 2 次元単軸圧縮モデルにおいて、仮想粒子を配置した場合と重み付き平均の方法を改良した場合の 2 通りの静的解析を実施し、理論値との比較を試みた。軸方向長さを 300mm、高さおよび奥行きを 100mm とし、荷重条件は外荷重を与える粒子の合計荷重が一定荷重 1.5kN を保持するように与え続けた。材料特性は、ヤング率 $E=2.1 \times 10^5$ [N/mm²]、ポアソン比 0.3 の鋼部材を仮定した。

図-5 に変位-時間関係を、図-6 に応力-時間関係を示す。これらの図から、重み付き平均を改良した場合は、変位誤差が 17.8%、応力誤差が 0.1% であり、境界補間を実施しない場合と比べて、解析精度が向上していることがわかる。これは仮想粒子を配置する方法と同程度の効果であり、提案手法の適用可能性が示されたと考える。

3.2 片持ちばり解析

次に、粒子間隔 2.5mm の 2 次元片持ちばりに静的荷重を作用させた弾性解析を実施し、固定端下縁位置の応力および自由端中央高さの変位を理論値と比較した。理論値は、変位が 2.85mm、応力が 900tf/m² である。材料特性は、3.1 と同様に、 $E=2.1 \times 10^5$ [N/mm²]、ポアソン比 0.3 の鋼材を仮定した。荷重は自由端上縁に 1.5kN を作用させ、奥行きについては 100mm を仮定した。

表-1 に仮想粒子を配置した場合と重み付き平均を改良した場合の理論値との誤差を示す。仮想粒子を配置する方法に比べて提案手法の方が、応力誤差が半減しているが、変位誤差が 4 倍も大きくなる結果が得られた。これは、はりの曲げの場合のように、はり高さ方向に線形に変化する断面内のひずみ分布を精度良く補間するには、境界補間の方法についても特別な配慮が必要であることを示唆していると考えられる。したがって、境界近傍における重み付き平均の計算法には、ひずみ分布を考慮した手法の改良などの検討が必要であると考えられる。

4. 結論

以上の考察より、次のことが分かった。①提案手法による境界補間は、一軸応力問題においては仮想粒子の配置と同程度の精度向上が期待できる。②はりの曲げのように、断面内で線形的にひずみ分布が変化する問題では提案手法の効果はあまり期待できない。今後、より計算コストの低い方法について提案する予定である。

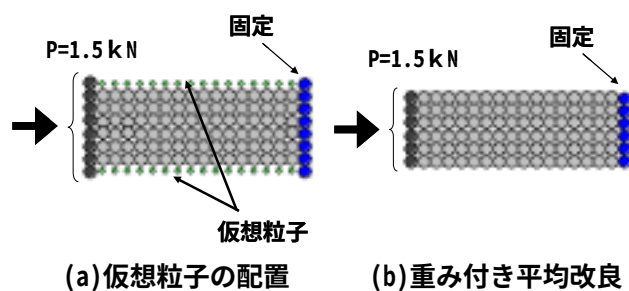


図-4 2次元単軸圧縮モデル

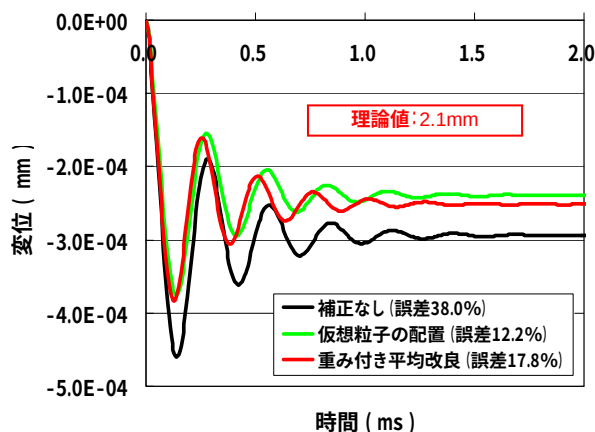


図-5 変位-時間関係

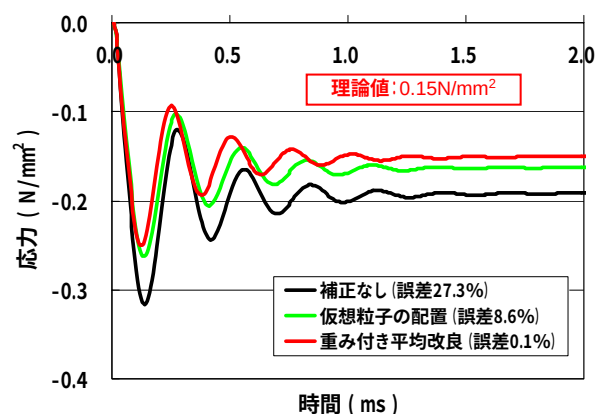


図-6 応力-時間関係

表-1 理論値との誤差 (片持ちばり)

	仮想粒子を配置	重み付き平均改良
変位誤差	4.8%	19.6%
応力誤差	13.7%	6.2%