# 異材接合部に切欠きを有する部材の弾塑性ひずみの評価法について

トピー工業(株) 正会員 林 健治

# 1. はじめに

構造物の設計・施工の合理化を計る方法の一つとして,異種材料を接合し,部材を製作する方法が検討され ている.この場合,接合境界における力学的特性を明ことが肝要である.特に,異材接合部の破壊や損傷を防 止するためには,接合境界に損傷を有する部材の力学的特性を簡便に,しかも,定量的に評価できる手法を確 立することが重要である.しかし,現状では,弾塑性有限要素解析等の煩雑な数値解析を実施する必要があり, 実用上の観点から,より簡便な手法の提案が望まれる.本報告では,接合境界に損傷を有する部材のモデルと して,この部位に切欠きを有する部材を取り上げ,その弾塑性挙動を簡便に評価する手法を提案する.

#### 2. 弾塑性応カーひずみの簡便評価法

# (1) J<sub>k</sub>積分と解析仮定

接合境界に損傷を有する部材の解析モデルの例として,図-1に示すような接 合境界に切欠きを有する部材(構造的応力集中と強度的不均質を有する部材)を 取り扱う.ここで,切欠き底の任意な点における接触角φ,切欠き底の最大ひず



み  $\varepsilon_{vi,max}$ を用いて、切欠き底の y 軸方向の材料1、2のひずみ  $\varepsilon_{vi}$  が次式で与えられるものと仮定する.

$$\boldsymbol{\epsilon}_{yi} = \boldsymbol{\epsilon}_{yi, max} \cos^{m} \boldsymbol{\phi}$$
 (但し,後述の結果を受け,m=3とする) (1)  
また,材料の応力-ひずみの関係式として,次式で与えられるn乗硬化則を用いることにする.

 $\sigma_{yi} = \mathbf{E}_{i} \varepsilon_{yi} \quad (\sigma_{yi} \leq \sigma_{Yi}) \quad , \quad \sigma_{yi} \neq \sigma_{Yi} = (\varepsilon_{yi} \neq \varepsilon_{Yi})^{n_{i}+1} \quad (\sigma_{yi} \geq \sigma_{Yi}) \quad (2)$ ここに、 $\sigma_{Yi}$ 、 $\varepsilon_{Yi}$ はそれぞれ材料 i の降伏点と降伏ひずみを表し、 $\mathbf{E}_{i} \ge n_{i}$ は材料 i のヤング率、加工硬化 指数である.なお、平面応力条件では、切欠き底の応力状態が単軸引張と等価となり、問題を整理し易くなる ので、ここでは、この条件のみを考え、応力集中係数 $\mathbf{K}_{\sigma}$ とひずみ集中係数 $\mathbf{K}_{\varepsilon}$ をそれぞれ次式で定義する. ここで、 $\sigma_{Yi,max}$ は切欠き底の最大応力、 $\sigma_{N}$ は純断面応力を表す.

$$\mathbf{K}_{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{yi, max}} / \boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{N}}$$
,  $\mathbf{K}_{\varepsilon} = \mathbf{E}_{\mathrm{i}} \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{yi, max}} / \boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{N}}$  (3)  
式で与えられる.

つぎに、 $J_k$ 積分は次式で与えられる.

$$\mathbf{J}_{k} = \int_{\mathbf{\Gamma}+\mathbf{\Gamma}c} (\mathbf{W}\mathbf{n}_{k} - \mathbf{T}_{i} \frac{\partial \mathbf{u}_{i}}{\partial \mathbf{X}_{k}}) \,\mathrm{d}\,\mathbf{\Gamma}$$
(4)

ここに、 $\Gamma$ はき裂を囲む径路、 $\Gamma_{o}$ はき裂の上下面の径路( $\Gamma + \Gamma_{o}$ :閉じた径路)、Wはひずみエネルギー密度、 $\mathbf{n}_{k}$ は曲線 $\Gamma$ の外向き単位法線ベクトルの成分、 $\mathbf{T}_{i}$ は表面力、 $\mathbf{u}_{i}$ は $\mathbf{X}_{i}$ 方向の変位を表す.

#### (2) 小規模降伏域における評価式

線形弾性体では、切欠き底の自由面をx軸方向及びy軸方向に進展させる力を表す $J_x$ と $J_y$ は、次式で与えられる.

$$\mathbf{J}_{x} = \mathbf{J}_{x1} + \mathbf{J}_{x2} = \frac{3}{35} \cdot \frac{\boldsymbol{\rho}}{\mathbf{E}_{1}} (1 + \frac{1}{\mathbf{r}_{t}^{2}} \cdot \frac{\mathbf{E}_{1}}{\mathbf{E}_{2}}) (\mathbf{K}_{t} \boldsymbol{\sigma}_{N})^{2} , \quad \mathbf{J}_{y} = \mathbf{J}_{y1} + \mathbf{J}_{y2} = \frac{1}{14} \cdot \frac{\boldsymbol{\rho}}{\mathbf{E}_{1}} (1 - \frac{1}{\mathbf{r}_{t}^{2}} \cdot \frac{\mathbf{E}_{1}}{\mathbf{E}_{2}}) (\mathbf{K}_{t} \boldsymbol{\sigma}_{N})^{2}$$
(5)

ここに、 $\rho$ は切欠きの曲率半径、K<sub>t</sub>は形状係数を表し、 $\mathbf{r}_{t}$ は材料1に対する材料2の板厚比である. つぎに、非線形弾性体では、J<sub>x</sub>とJ<sub>y</sub>は次式で与えられる.ここで、 $\Gamma$ はガンマ関数である.

$$\mathbf{J}_{x} = \mathbf{J}_{x1} + \mathbf{J}_{x2} = \sum_{i=1}^{2} \frac{\boldsymbol{\sigma}_{Yi} \boldsymbol{\epsilon}_{Yi} \boldsymbol{\rho}}{2(n_{i}+1)} \{ (\frac{\boldsymbol{\epsilon}_{yi, \max}}{\boldsymbol{\epsilon}_{Yi}})^{n_{i}+1} \cdot \frac{3\sqrt{\pi} (n_{i}+1) (3n_{i}+1) \Gamma (3n_{i}+1/2)}{(3n_{i}+4) (3n_{i}+2) \Gamma (3n_{i}+1)} + n_{i}-1 \}$$
(6a)

$$\mathbf{J}_{y} = \mathbf{J}_{y1} + \mathbf{J}_{y2} = \sum_{i=1}^{2} \frac{\boldsymbol{\sigma}_{Yi} \boldsymbol{\epsilon}_{Yi} \boldsymbol{\rho}}{2(\mathbf{n}_{i}+1)} \left\{ \left( \frac{\boldsymbol{\epsilon}_{yi, \max}}{\boldsymbol{\epsilon}_{Yi}} \right)^{\mathbf{n}_{i}+1} \cdot \frac{2}{3\mathbf{n}_{i}+4} + \mathbf{n}_{i} - 1 \right\} (-1)^{i+1}$$
(6b)

キーワード 異材接合,切欠き,J積分,弾塑性挙動,応力-ひずみ評価法

連絡先 〒441-8510 愛知県豊橋市明海町1番地 トピー工業(株) 研究開発センター TEL. 0532-25-5354

小規模降伏では、線形弾性体と仮定して求めた  $J_x$ 、 $J_y$ と、非線形弾性体と仮定して求めた  $J_x$ 、 $J_y$ は等価とみなすことができるので、式(5a)、式(5b)をそれぞれ式(6a)、式(6b)に代入して、 $\epsilon_{y1,max}$ と  $\epsilon_{y2,max}$ について連立して解くことにより、 $K_\sigma$ と $K_\epsilon$ を算定することができる.

# (3) 大規模降伏域及び全面降伏域における評価式

 $J_k$ 積分の径路独立性を利用して、切欠き底に沿った径路の積分と切欠き材の外縁に沿った径路の積分(荷 重-変位曲線から決定されるJ積分値)が等しいという条件から、切欠き底の最大ひずみを推定できる.

いま,引張荷重を $\mathbf{P}$ ,純断面降伏荷重を $\mathbf{P}_{\mathbf{N}}$ とすると,式(2)より $\mathbf{J}$ 積分値は次式で与えられる.

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_{\text{linear}} = (\mathbf{J}_{\text{x, linear}}^{2} + \mathbf{J}_{\text{y, linear}}^{2})^{1/2} \qquad (P \leq P_{\text{NY}})$$

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_{\text{NY}} (\frac{P}{P_{\text{NY}}})^{1+1/n_{\text{i}}} = [\mathbf{J}_{\text{linear}}]_{P=P_{\text{NY}}} \cdot (\frac{P}{P_{\text{NY}}})^{1+1/n_{\text{i}}} \qquad (P \geq P_{\text{NY}})$$
(7)

$$\mathbf{J}_{x, \text{ linear}} = \frac{8}{35} \cdot \frac{\rho}{\mathbf{E}_{1}} \left(1 + \frac{1}{\mathbf{r}_{t}^{2}} \cdot \frac{\mathbf{E}_{1}}{\mathbf{E}_{2}}\right) \left(\mathbf{K}_{t} \,\boldsymbol{\sigma}_{N}\right)^{2} \quad , \quad \mathbf{J}_{y, \text{ linear}} = \frac{1}{14} \cdot \frac{\rho}{\mathbf{E}_{1}} \left(1 - \frac{1}{\mathbf{r}_{t}^{2}} \cdot \frac{\mathbf{E}_{1}}{\mathbf{E}_{2}}\right) \left(\mathbf{K}_{t} \,\boldsymbol{\sigma}_{N}\right)^{2} \quad (8)$$

式(8)において $K_t \sigma_N = \sigma_{Yi}$ と置き,その値を $J_{yield}$ と定義する.この値とともに,式(7),式(8)を式(6a), 式(6b)に代入して,小規模降伏の場合と同様に $\varepsilon_{yl,max}$ と $\varepsilon_{y2,max}$ について連立して解くことにより,大規模降伏 域及び全面降伏域における評価式を得ることができる.

# 3. 簡便推定法の数値実験に基づく検証

(1) 解析条件

本法の妥当性を検証するため、平面応力条件下で一様引張応力 σを受ける2相切欠き材の弾塑性有限要素解析を実施した.幾何 形状は対称性を考慮して、図-2に示すように、切欠き長さ2an、 板幅 W、切欠き底の曲率半径ρを変化させた3ケースについて検 討した(上部のみ表示し、下部を省略した).

材料定数は、材料1、2共にポアソン比を0.3、加工硬化 指数を0.21と固定し、材料1のヤング率 $E_1$ を10000 kg/mm<sup>2</sup>, 降伏点 $\sigma_{Y1}$ を30kg/mm<sup>2</sup>として、材料2の $E_2$ 、 $\sigma_{Y2}$ の何れかを 材料1の値と異なる事例について、解析を行った.本報では、  $E_2/E_1=2.0$ 、 $\sigma_{Y2}/\sigma_{Y1}=1.0$ の事例を紹介する.

#### (2)解析仮定の妥当性

式(1)の妥当性を検証するために、各荷重段階における切 欠き底に沿うひずみの分布を調べたものが図-3である.線 形弾性時にはm=3をほぼ満足するが、高負荷時になるとと もにmが3より大きくなり、純断面全面降伏以降、m=3で 近似する場合、注意を要する.また、ひずみの分布に顕著な 非対称性が求められる.今後、塑性変形の進行に伴い、非対 称な変形挙動を反映したひずみの評価式が必要となる.以下 では、式(5)~(8)に示すように、m=3として整理する.な お、別途、J<sub>k</sub>積分の径路独立性を検証・確認した.

(3)評価法の有効性

図-4は、接合境界上の切欠き底の最大応力 $\sigma_{yi, max}$ 及び最大ひずみ $\epsilon_{yi, max}$ とJ積分との関係を示す. $\sigma_{yi, max}$ は各評価式

共に比較的良好に一致しているが、 $\epsilon_{yi,max}$ は材料1の側は本評価式とRiceの式に、材料2の側はNeuber則に近い関係を示す.本評価式は、材料1と材料2に差異が見られ、定性的には有限要素解と一致するものの、精度面では、改良する必要があると考えられる.



図-2 解析条件



# 図-4 最大応力、最大ひずみとJ値の関係