

LESに基づく安定化有限要素法による大気環境流れ解析に関する研究

中央大学 正会員 八田 政知
 中央大学大学院 学生員 石坂 俊輔
 中央大学 正会員 櫻山 和男

1. はじめに

都市域において、良好な大気環境を創出するためには、都市計画の段階から、ビル風やヒートアイランド現象などの大気環境の予測・検討を行う必要がある。また、数値解析により都市の大気環境流れ解析を定量的に行うためには、構造物や地形などを正確に表現することが望まれる。これらの任意複雑形状の適合性において、有限要素法は優れた手法である。

著者らはこれまで、Smagorinsky モデル⁽¹⁾を用いた安定化有限要素法⁽²⁾による平行平板間乱流のLESを行ってきた⁽³⁾。しかし、建物周辺気流などの複雑な流れ場や非等温場への適用は十分ではなかった。そこで本論文は、都市の大気環境流れ解析手法の構築を目的とし、複雑乱流場および非等温場における本手法の精度検証を行った。数値解析例として立方体周辺気流解析および地表面高温領域周辺気流解析を取り上げ、実験値^{(4),(5)}および既存の数値解析解^{(4),(5)}と比較を行った。

2. 数値解析手法

(1) 基礎方程式

非等温場における非圧縮性粘性流体を考え、Boussinesq近似を仮定する。そのときフィルタリングおよび無次元化を施した、Grid Scale (GS) の運動方程式、連続式、エネルギー方程式はそれぞれ式(1)、(2)、(3)で表される。

運動方程式；

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} - \frac{1}{Re} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} - Ar \bar{\theta} \delta_{i2} = 0 \quad (1)$$

連続式；

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

エネルギー方程式；

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_j} - \frac{1}{Pr Re} \frac{\partial^2 \bar{\theta}}{\partial x_j^2} + \frac{\partial h_j}{\partial x_j} = 0 \quad (3)$$

ここで、 \bar{u}_i 、 \bar{p} 、 $\bar{\theta}$ はそれぞれフィルタリングを施した流速、圧力、温度である。また、 τ_{ij} はSubGrid Scale (SGS) 応力、 h_j はSGS熱流束を表す。格子で捉えきれないSGSの乱れによるGSの流れ場への影響は、 τ_{ij} を通じてGSの運動方程式に組み込まれる。 h_j はエネルギー方程式にフィルタリングを施すことにより、新たに現れる未知数である。したがって、LESを用いて非等温場を解析する場合は τ_{ij} 、 h_j の2つに対してモデル化を行う。

(2) Smagorinsky モデル

Smagorinsky モデル⁽¹⁾は、SGS 応力 τ_{ij} に対するモデル化の中で最も代表的なものである。乱流エネルギーの収支において生産項と散逸項が釣り合うという局所平衡状態を仮定すると、SGS 応力は以下のようにモデル化される。

$$\tau_{ij} = -2\nu_{SGS} \bar{S}_{ij} \quad (4)$$

$$\nu_{SGS} = (C_s \Delta)^2 \sqrt{2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij}} \quad (5)$$

ν_{SGS} は渦粘性係数、 C_s は Smagorinsky 定数、

(3) 境界条件

Dirichlet 型、Neumann 型の境界条件は、以下のように与えられる。

$$\bar{u}_i = g_i \quad \text{on } \Gamma_g \quad (6)$$

$$\left\{ -\bar{p}\delta_{ij} + 2\left(\frac{1}{Re} + \nu_{SGS}\right)\bar{S}_{ij} \right\} n_j = h_i \quad \text{on } \Gamma_h \quad (7)$$

$$\bar{\theta} = t \quad \text{on } \Gamma_t \quad (8)$$

$$\left(\frac{1}{Pr Re} + \alpha_{SGS}\right) \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_j} = k \quad \text{on } \Gamma_k \quad (9)$$

ここで、 Γ_g 、 Γ_t は Dirichlet 境界、 Γ_h 、 Γ_k は Neumann 境界を表す。 g_i 、 h_i はそれぞれ流速、トラクションの既知量、 t は壁面既知温度、 k は壁面上の法線方向温度勾配、 n_j は外向き単位法線ベクトルを表す。

(4) 安定化有限要素法

基礎方程式(1)、(2)、(3)に対して、移流卓越・圧力振動を抑えるために、SUPG/PSPG法に基づく安定化有限要素法⁽²⁾を適用し、P1/P1(流速・圧力1次)要素を用いて空間方向の離散化を行った。時間方向の離散化には2次精度を有するCrank-Nikolson法を用いた。移流項における移流速度 \bar{u}_i は2次精度Adams-Bashforth法により近似した。なお、連続式、圧力は陰的に取り扱っている。連立一次方程式の解法には、Element-by-Element Bi-CGSTAB2法を用いた。

(5) 壁関数

建物周辺気流のようなレイノルズ数の大きい流れ場では、壁面境界条件にNo-slip条件を適用すると計算負荷が増大する。そのため、壁面第1節点を全領域にわたって粘性底層内に位置させるのではなく、乱流域に位置することを前提として、壁関数を用いることが多い。瞬時値に対して壁

KeyWords: 安定化有限要素法, LES, Smagorinsky モデル

連絡先: 〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 E-mail: ishizaka@civil.chuo-u.ac.jp

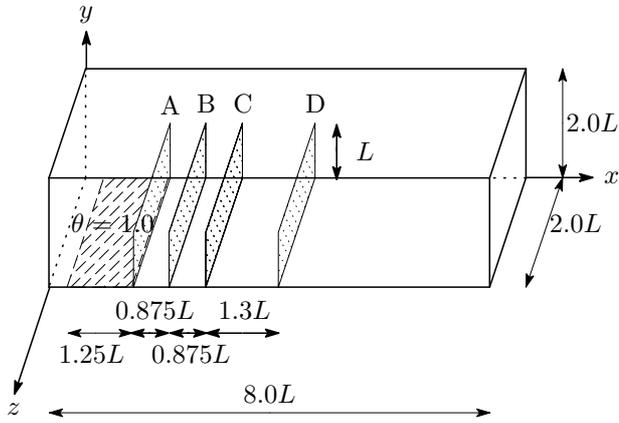


図-1 解析領域

関数を適用する場合として, Werner らにより提案された Linear-1/7 power law 型 2 層モデル⁵⁾ を以下に示す.

$$\frac{V_p}{\tau_w^{1/2}} = y^+ \quad (y^+ \leq 11.81) \quad (10)$$

$$\frac{V_p}{\tau_w^{1/2}} = 8.3(y^+)^{1/7} \quad (y^+ > 11.81) \quad (11)$$

V_p は壁面第 1 節点の接線方向速度成分の絶対値 (底面の場合には $V_p = \sqrt{\bar{u}^2 + \bar{w}^2}$) である. Linear-1/7 power law 型 2 層モデルは, 壁面第 1 節点の瞬時速度の値のみで瞬時の壁面せん断応力を求めることができ, またこれに関する計算負荷をほとんど必要としないという利点がある.

3. 数値解析例

(1) 解析条件

図-1 に解析領域を示す. 境界条件は, 流入境界を $\bar{u} = y^{(1/2)}$, $\bar{v} = \bar{w} = \bar{\theta} = 0.0$. 流出境界を自由流出境界. 側面, 上端面の流速を Slip 条件, 温度は断熱. 底面の流速は Linear-1/7 power law 型 2 層モデル, 温度は $\theta = 1.0$ の領域 (Hot Panel) 以外は断熱とした. 数値解析に用いたメッシュは, x, y, z 方向にそれぞれ $65 \times 43 \times 31$ 分割し, 節点数は 86,645, 要素数は 483,840, 最小メッシュ幅は $4.44 \times 10^{-1}L$ の不等分割メッシュを用いた. レイノルズ数は 29,000, アルキメデス数は 1.21, プラントル数は 0.71, SGS プラントル数は 0.5, 微小時間増分量は 1.0×10^{-3} , Smagorinsky 定数は 0.10 とした.

また, 本報告では, 大規模な問題への適用を可能にするため分散メモリー型並列計算機を用いた. 通信ライブラリには機種依存性の少ない MPI(Message Passing Interface) を用いた. また, 領域分割法には, 領域分割数を指定することにより, 小領域を構成する面を最小にするように要素を均等に領域分割する方法である METIS を使用した.

(2) 解析結果

解析結果として, 図-2 に z 軸方向に平均をとった $x-y$ 断面平均温度分布を示す. Hot Panel によって浮力を生じた流体が解析領域後方に移流・拡散している様子が確認できる. また, 高温域は底面付近に存在しており, 上部は流入温度に近い低温域が存在している. これは, 浮力による鉛直流よりも流入流速による水平流が卓越しているため,

温度の移流が水平方向に多く行われたためであると考えられる. 図-3 に断面 A~断面 D での平均温度分布を示す. Hot Panel 直後の断面 A の底面付近において実験値よりも過小に評価しているが, 各断面において実験値と概ね良い一致を示している.

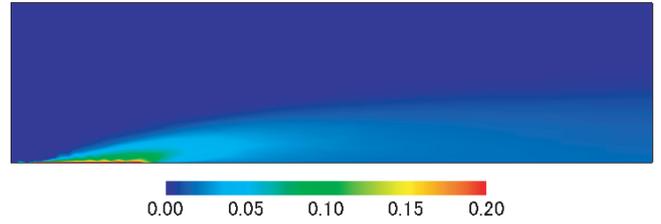


図-2 $x-y$ 断面平均温度分布

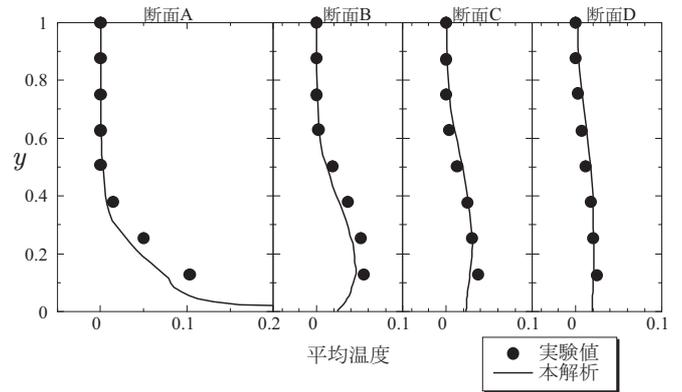


図-3 各断面における平均温度分布

4. 結論と今後の課題

本論文は, 都市の大気環境流れ解析手法の構築を目的とし, 複雑乱流場および非等温場における Smagorinsky モデルを用いた安定化有限要素法の精度検証を行った. 数値解析例として立方体周辺気流解析および地表面高温領域周辺気流解析を取り上げ, 以下の結論を得た.

地表面高温領域周辺気流解析において, 解析結果は平均温度分布に関して, 実験値と地表面付近で差異はみられるが, 概ね良い一致を示し本手法の有効性が確認できた. 今後の課題としては, 地表面の熱収支を考慮した解析, 流入境界に関する境界条件の検討等が挙げられる.

参考文献

- 1) J.Smagorinsky: General circulation experiments with the primitive equations; part1 the basic experiments, Monthly Weather Review, 91, pp.99-164, 1963.
- 2) T.E.Tezduyar: Stabilized finite element formulations for incompressible flow computations, Advance in Applied Mechanics, 28, pp.1-44, 1991.
- 3) 仲嶋晋一, 倉橋哲弘, 櫻山和男: 安定化有限要素法による LES, 計算工学講演論文集, 日本計算工学会, 10, pp.201-204, 2005.
- 4) 村上周三, 大場正昭: 床面に温度差のある成層流の気流性状並びに拡散に関する風洞実験, 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp.213-218, 1977.10
- 5) H.Werner and H.Wengle: Large eddy simulation of turbulent flow over and around a cube in a plate channel, Proc. of 8th Symposium on Turbulent Shear Flows, pp.155-168, 1991.