

停車車両と走行車両の応答値に基づく橋梁の振動特性推定法

京都大学工学部 学生員 ○山本 亨輔
 京都大学工学研究科 正会員 大島 義信
 京都大学工学研究科 正会員 杉浦 邦征

1 はじめに

橋梁の固有振動数推定を迅速化するため、橋梁にセンサーを設置せず、車両などの応答から橋梁の振動特性を推定する手法の開発が進められている¹⁾。

本研究では、橋梁上に車両を停車させ、その応答値と走行車両の応答値の双方から固有振動数などの振動特性を推定する手法を提案する。ただし、本提案手法は一次元単純梁を仮定しており、提案手法に対して数値シミュレーションに基づく理論的な検証を行った。

2 推定理論

ここでは図-1のように一次元単純梁を仮定する。橋梁の質量、減衰、固有振動数は未知数である。また、車両側のモデルはバネ上のみで1質点モデルとし、バネ定数、減衰、質量は既知であるとする。

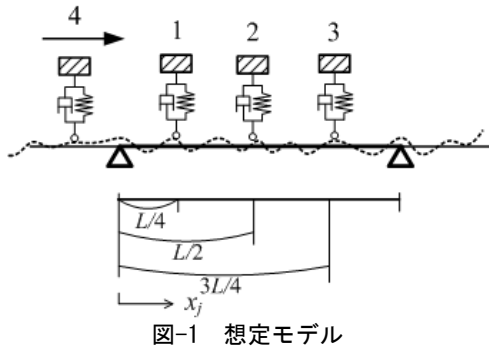


図-1 想定モデル

いま、車両のバネ上およびバネ下の加速度、さらにバネ上とバネ下の相対変位を計測しているとする。

まず橋梁側の変位 $y(x, t)$ について、 N 次までのモード展開により、モード形状関数 $\phi_i(x)$ と一般座標 $q_i(t)$ の積和として以下のように表す。

$$y(x, t) = \sum_{i=1}^N \phi_i(x)q_i(t) \quad (1)$$

今回は3次までを想定し、走行車両1台および停車車両数を3台とした。一方、橋梁の運動方程式は以下のように表現できる。

$$\alpha \ddot{q}_i(t) + \beta \dot{q}_i(t) + i^4 \gamma q_i(t) = \sum_{j=1}^m \phi_i(x_j)P_j(t) \quad (2)$$

ここで、

$$\alpha = \frac{L\rho}{2} \quad \beta = \frac{Lc}{2} \quad \gamma = \frac{L}{2}EI \left(\frac{\pi}{L}\right)^4 \quad (3)$$

であり、 ρ は橋梁の単位長さあたりの質量、 c は減衰、 EI は剛性(弾性係数×断面二次モーメント)を表す。また P_j は車両による荷重、 x_j は車両位置である。 α は橋

梁のモード質量に相当し、橋梁の*i*次固有振動数は、

$$f_i = \frac{i^2}{2\pi} \sqrt{\frac{\gamma}{\alpha}} \quad (4)$$

となる。いま、モード形状関を、橋梁の長さを L として以下のように三角関数で表現できるとする。

$$\phi_i(x) = \sin\left(\frac{i\pi x}{L}\right) \quad (5)$$

一方、図-1のように車両を橋梁の $L/2$ 、 $L/4$ 、 $3L/4$ ($j = 1, 2, 3$)の位置に停車させることを考える。ただし $j = 4$ は走行車両とする。車両による載荷荷重 P_j は、測定値であるバネ上加速度 \ddot{z} 、重力加速度 g 、バネ上質量 m_j を用いて表現できるため既知となる。また、停車車両のバネ下は橋梁と一体となって振動しているものと考え、その加速度は $\ddot{y}_j(t) = \ddot{y}(x_j, t)$ と一致するため、 $\ddot{q}_i(t)$ を得ることができる。さらにこの値を積分することで、 $\dot{q}_i(t)$ および $q_i(t)$ を求めることができる。ただし、数値積分を二回行うことになるので、精度確保のために、バネ下変位とバネ上変位との相対変位の測定値 $r(t)$ を用いて補正を行う。

以上から得られた値を式(2)に代入してマトリクス表示すると次のようになる。

$$\begin{Bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{q}_1(t) & \dot{q}_1(t) & q_1(t) \\ \ddot{q}_2(t) & \dot{q}_2(t) & 16q_2(t) \\ \ddot{q}_3(t) & \dot{q}_3(t) & 81q_3(t) \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & \sin\left(\frac{\pi vt}{L}\right) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 1 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \sin\left(\frac{2\pi vt}{L}\right) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -1 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \sin\left(\frac{3\pi vt}{L}\right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_1(t) \\ P_2(t) \\ P_3(t) \\ P_4(t) \end{Bmatrix} \quad (6)$$

これより求めた α 、 β 、 γ を式(4)に代入し、固有振動数を求める。

表-1 橋梁および車両の特性値

橋梁	
支間長	30m
単位長さあたり質量	2.58t/m
一次固有振動数	3.97Hz
減衰定数	0.01
停車車両	
質量	2t
減衰定数	0.03
固有振動数	3.00Hz
走行車両	
質量	10t, 20t
減衰定数	0.03
固有振動数	3.00Hz

キーワード 車両応答, 固有振動数, 減衰

連絡先 〒615-8540 京都市西京区京都大学桂 TEL 075-383-3321 FAX 075-383-3324

3 数値シミュレーション

3.1 概要

本研究では、以上の提案手法に対し、数値シミュレーションによる検証を行った。想定する橋梁諸元は表-1の通りである。数値シミュレーションでは、モード分解法に基づく運動方程式に対し、5次モードまでを想定し、サンプリングレートを500HzとしてNewmark-β法により値を求めた。また走行車両は20tおよび10tトラックを想定し、停車車両は普通自動車(2t)を想定した。路面プロファイルについては、標準的なスペクトルからモンテカルロシミュレーションにより作成した。車両は橋梁前5mより発進させ、応答が定常化してから橋梁に進入するようにした。また車両速度は時速18kmおよび54kmに設定し、車両速度の影響を評価した。さらに測定値を表現するため、停車車両応答の振幅最大値の0%、0.01%、0.05%をホワイトノイズとして加え、ノイズの影響も評価した。

3.2 数値シミュレーション結果

ここでは、ノイズ0.01%を含む20tトラック時速54km走行のケースについて、図-2に橋梁中央での加速度応答、図-3に車両の加速度応答を示す。それぞれのパワースペクトルは図-4、図-5に示す。これらの図より、停車車両応答値のパワースペクトルにおける卓越振動数は、橋梁の1次固有振動数3.97Hzではなく、車両の固有振動数3Hzに近い値を示していることがわかる。ゆえに、単純に停車車両加速度応答のパワースペクトルを評価しただけでは、橋梁の固有振動数が評価できないことがわかる。またこの方法では、橋梁の減衰や質量などは推定できない。

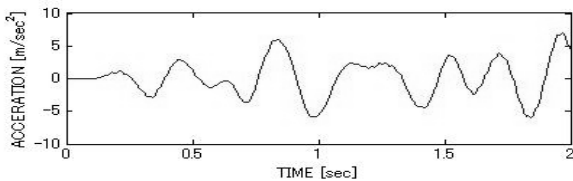


図-2 橋梁中央での加速度応答

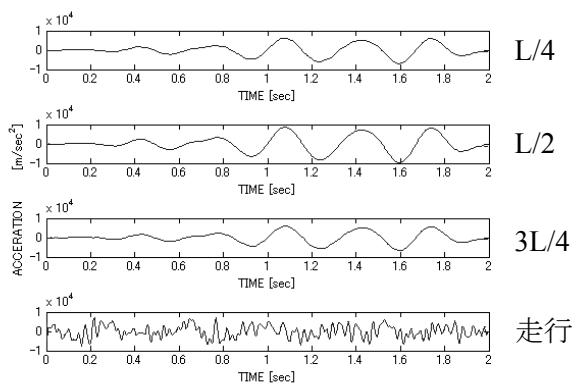


図-3 車両の加速度応答

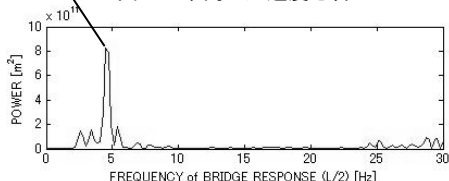


図-4 橋梁中央の応答パワースペクトル

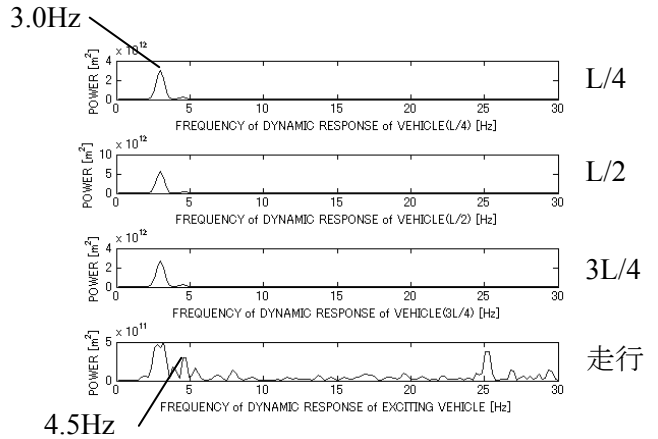


図-5 車両応答のスペクトル

一方、本提案手法による推定結果を図-6に示す。横軸は加振車の走行位置に対応している。図より、ばらつきは見られるものの平均値は4.24で、概ね正解値3.97Hz付近で分布していることが分かる。平均が大きくなってるのは異常値の中に極端に大きなものが含まれるためであると考えられる。ノイズを0.05%とするとばらつきはより大きくなる。

モード質量や減衰については固有振動数以上にばらつきが大きかった。これは式(6)において分母に $\dot{q}_i(t)$ 、 $\ddot{q}_i(t)$ 、 $q_i(t)$ が含まれるため、0に近い値で除するためであると考えられる。加振車を10tトラックにしても結果に特に変化はなかった。

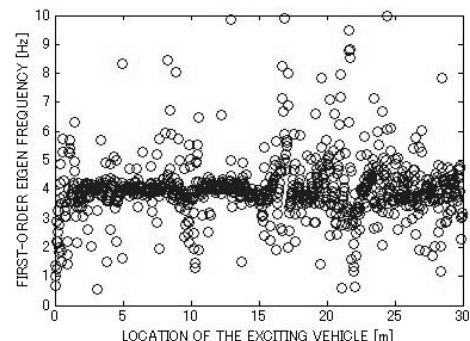


図-6 提案手法による固有振動数の推定

4 まとめ

本稿では、車両応答から橋梁振動特性を推定する方法を提案し、数値シミュレーションにより検証を行った。その結果、以下の知見が得られた。

- 本提案手法により、スペクトル分析では判別が困難だった橋梁の固有振動数の推定が可能である。
- また、その過程で橋梁の質量や減衰も求めることが可能である。
- ただし、それら振動特性の推定精度はノイズの影響を強く受ける。

本研究の範囲は、一次元の単純梁に限定されているため、提案手法を3次元に拡張する必要がある。また、実際に発生する様々なノイズに対応するためには、実験を通じて本提案手法の検証を行う必要がある。

【参考文献】

1) Y.-B. Yang, C.W. Lin, J.D. Yau: Extracting bridge frequency from the dynamic response of a passing vehicle, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.272, 471-493, 2004.