

近接固有値を有する橋梁振動計測実験データへの実現理論の適用

長崎大学大学院 学生会員 ○下妻達也 長崎大学工学部 フェロー 岡林隆敏
長崎大学工学部 学生会員 張 葉絲 日本構造橋梁研究所 正会員 小松正貴

1. はじめに

近年、橋梁の軽量化や景観を考慮した設計により吊形式の橋梁が増加の傾向にあるが、このような橋梁の振動実験においてうなりの発生が確認されている。これは、近接した複数の固有振動数が存在する場合に発生し、同現象が発生すると従来の慣用的な手法では振動特性推定を行うことが困難である。そこで本研究では、実現理論を用いた振動特性推定手法に着目し、近接固有値を有する構造物への有効性を検証した。

2. 確率実現理論の概要

本研究では振動特性推定に確率実現理論の一つである、ERA/DC 法¹⁾を用いた。以下に概要を示す。

観測値の共分散行列、 $\mathbf{Y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{A}^{k-1}\mathbf{B}$ から構成される共分散ブロック Hankel 行列 $\mathbf{H}(0)$ を用いた標準的な ERA 法に対して、共分散行列のさらに相関を考えた ERA/DC 法は、観測点を m とした場合 $r = m\alpha$ 次元の正方行列が必要となる。ここで、共分散相関行列は $\mathbf{R}_{hh}(k-1) = \mathbf{H}(k-1)\mathbf{H}(0)^T$ で定義され、行列のサイズ $(\alpha m \times \alpha m)$ は Hankel 行列のサイズ $(\alpha m \times \beta r)$ より小さくなるため、 $\xi \times \zeta$ のブロック相関 Hankel 行列を定義する。共分散相関行列 $\mathbf{R}_{hh}(k)$ を要素として、 $k=0$ の場合 $\hat{\mathbf{H}}_R(0) = \hat{\mathbf{P}}_\xi \hat{\mathbf{Q}}_\zeta$ となり、ブロック相関可観測行列 $\hat{\mathbf{P}}_\xi$ と相関可制御行列 $\hat{\mathbf{Q}}_\zeta$ はそれぞれ $m\alpha(\xi+1) \times n$ と $n \times m\alpha(\zeta+1)$ で定義される。ここで、特異値分解によりブロック相関 Hankel 行列 $\hat{\mathbf{H}}_R(0)$ を分解すると、次式を得る。

$$\hat{\mathbf{H}}_R(0) = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^T = \mathbf{U}_n \mathbf{S}_n \mathbf{V}_n^T \quad (1)$$

上式より、係数行列は次式で定義される。

$$\mathbf{A} = \mathbf{S}_n^{-1/2} \mathbf{U}_n^T \hat{\mathbf{H}}_R(1) \mathbf{V}_n \mathbf{S}_n^{-1/2} \quad \mathbf{C} = \mathbf{E}_m^T \mathbf{U}_n \mathbf{S}_n^{1/2} \quad (2)$$

また、係数行列 $\mathbf{A}$ の固有値の実数部分 X_{Re} と虚数部分 X_{Im} から、固有円振動数 ω_k および減衰定数 h_k が次式より得られ、係数行列 $\mathbf{C}$ より振動モードが計算できる。

$$h_k \omega_k = -(1/\Delta) \log \sqrt{(X_{Re}^k)^2 + (X_{Im}^k)^2} \quad \omega_k \sqrt{1-h_k^2} = (1/\Delta) \tan^{-1}(X_{Im}^k / X_{Re}^k) \quad (3)$$

3. シミュレーションによる検証

(1) 構造モデルと運動方程式

図-1 のような 2 つの質点間をばね k_{12} で結合した 2 自由度系構造物モデルに外力が作用する場合、運動方程式は次式で与えられる。

$$m_1 \ddot{x}_1(t) + c_1 \dot{x}_1(t) + k_1 x_1(t) + k_{12}(x_1(t) - x_2(t)) = f_1(t) \quad (4)$$

$$m_2 \ddot{x}_2(t) + c_2 \dot{x}_2(t) + k_2 x_2(t) - k_{12}(x_1(t) - x_2(t)) = f_2(t) \quad (5)$$

ここで、 $m_1 = m_2 = m$ 、 $k_1 = k_2 = k$ 、 $k_{12} = \gamma k$ とし、非減衰振動を考えると系の固有円振動数は $\omega_1 = \sqrt{k/m}$ 、 $\omega_2 = \sqrt{k(1+2\gamma)/m}$ で与えられる。本研究では、質点 1、2 に近接した固有振動数を与えることによりうなりを発生させた。なお、 $m = 1.0\text{tf}$ 、 $k = 4.028\text{tf/m}$ 、 $h = 0.005$ 、 $f_1 = 1.0\text{Hz}$ とし、質点 2 の振動数が $f_2 = 1.10\text{Hz}$ となるように $\gamma = 5.43$ とした。

(2) 応答計算

構造モデルに、図-2 に示すような Case1：衝撃荷重(最大加振力 0.01tf ，作用時間 0.5sec)，Case2：常時微動外力(最大加振力 0.05tf ，白色雑音)が作用する場合の応答計算を行った。今回、時間刻みは $dt = 0.001\text{sec}$ とし、計算時間は衝撃荷重の場合 80sec ，常時微動外力の場合は 2000sec とした。図-3 に各ケースの質点 1 の変位応答を示す。

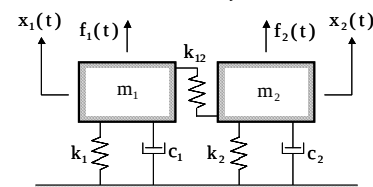
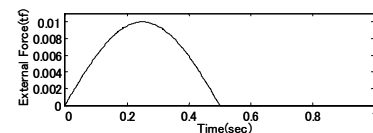
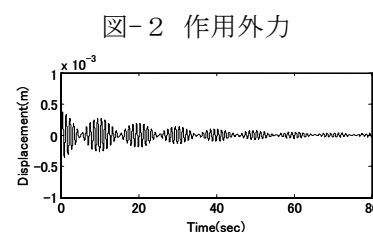


図-1 2自由度系構造モデル



衝撃荷重(Case1)

常時微動外力(Case2)



衝撃荷重(Case1)

常時微動外力(Case2)

図-3 変位応答(質点1)

(3) 振動特性推定結果

図-4に ERA/DC 法より推定した振動数を示す. 今回は, 速度応答データの内, 衝撃荷重の場合 3sec, 常時微動外力の場合 40sec のデータを一回区分として推定を行っている. はじめに衝撃荷重が作用する場合の Case1 の結果を見ると, 推定結果のばらつきはほぼ見られず, 極めて高い精度で振動数を推定することができており, 振動数の平均値も設定値と完全に一致する結果となった.

一方, 常時微動外力が作用する場合の Case2 の結果を見ると, Case1 と比較してばらつきが大きくなっているが, ほぼ設定値と同じ位置に明確な振動数を推定できており, 推定結果のヒストグラムでも 1.00Hz と 1.10Hz にピークの発生を確認できる.

また, 表-1 は各ケースの推定結果の平均値と変動係数を示したものであるが, 変動係数は Case1 で 0%, Case2 で約 1% と良好な結果が得られ, 平均値も設定値とほぼ一致する結果となった.

以上の結果より, 近接固有値を有する構造物の振動特性推定に確率実現理論を適用できることが確認できた.

4. 吊床版振動計測への実現理論の適用

(1) 対象橋梁と衝撃加振実験

図-5のような支間長 78.0m の吊床版橋を対象橋梁とし, 1/4L 地点にて人力加振を行った場合の速度応答を計測した. 速度計は支間中央から左右に 2 点ずつ, 計 5 点設置し, サンプル周波数を 100Hz, 計測時間は 80sec とした. 図-6 に計測した速度応答(3ch)を示す.

(2) 振動数推定結果

図-7に, 実験データから ERA/DC 法により推定した振動数を示す. 今回は, 4sec のデータを一回区分として計 20 回の推定を行った. 図より, 1~8 次まで比較的近接した振動数を推定することができている.

また, 表-2 は推定結果の平均値, 標準偏差, 変動係数を示したものである. 表より 6, 7 次の変動係数が若干大きくなっているが, 総じて良好な推定結果が得られた. 以上の結果より, うなりを伴う吊床版橋の振動特性推定に, 確率実現理論が有効であることを確認することができた.

しかし, 5.0Hz 以上の振動数はばらつきが大きく, 明確な結果が得られていないため, 今後は高次の振動数の推定精度向上が必要である.

5. まとめ

- (1) 近接固有値を有する構造物の振動特性推定に, 確率実現理論が適用可能であることを確認するため, 数値解析結果から振動特性の推定を行った.
- (2) 数値解析の結果より, 近接固有値を有する構造物の振動特性推定に, 確率実現理論が適用可能であることを確認した.
- (3) うなりを伴う吊床版橋の衝撃加振実験結果から, 振動特性の推定を行った. 推定結果より, 低次の振動数については比較的良好な結果が得られたが, 5Hz 以上の振動数については明確な結果が得られなかった.

【参考文献】1) Md. Rajab Ali : Dynamic characteristics estimation from the ambient vibration of existing bridge by realization theories, Journal of Structural Engineering, Vol.55A, 2008

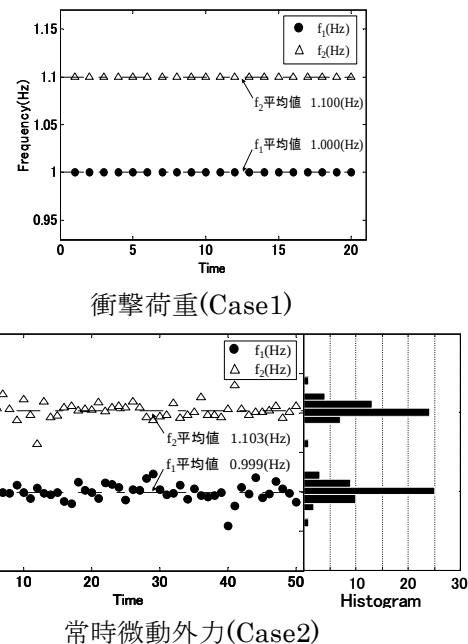


図-4 振動数推定結果とヒストグラム

表-1 推定結果の誤差

		設定値 (Hz)	平均値 (Hz)	変動係数 (%)
Case 1	f_1	1.000	1.000	0
	f_2	1.100	1.100	0
Case 2	f_1	1.000	0.999	1.038
	f_2	1.100	1.103	0.996

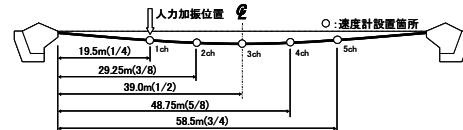


図-5 吊床版橋一般図

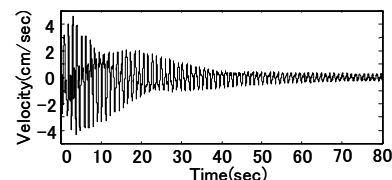


図-6 計測した速度応答

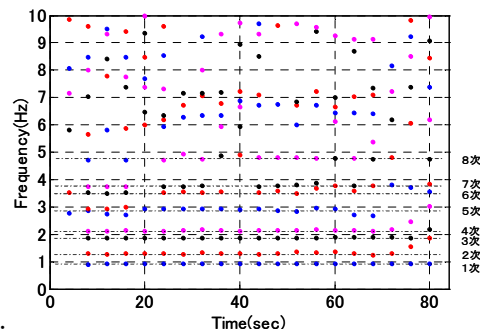


図-7 振動数推定結果

表-2 推定結果の誤差

次数	平均値 Hz	標準偏差 Hz	変動係数 %
1次	0.928	0.009	0.99
2次	1.345	0.146	10.8
3次	1.892	0.070	3.7
4次	2.207	0.212	9.6
5次	2.993	0.326	10.9
6次	3.901	0.904	23.2
7次	4.522	1.165	25.8